

Решавање система линеарних једначина методом супротних коефицијената

Суштина решавања система овом методом је да се, обично множењем неке једначине (некад обе, а некад не мора ниједна), појаве супротни бројеви уз једну непознату, при чему сабирањем обе једначине система добијемо једну једначину еквивалентног система у којој се једна непозната „изгуби“ и у њој имамо само једну непознату, коју лако израчунамо. Ова метода се зове још и Гаусова метода.

Пример 1: Методом супротних коефицијената реши систем

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ -2x + 2y = 5 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ -2x + 2y = 5 \end{array}} \right\} +$$

$$2x + y - 2x + 2y = 4 + 5$$

$$2x + y = 4$$

$$3y = 9 \quad /: 3$$

$$2x + y = 4$$

$$y = 3$$

$$2x + 3 = 4$$

$$2x = 4 - 3$$

$$y = 3$$

$$2x = 1 \quad /: 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y = 3$$

Дакле, решење система је уређени пар $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, 3\right)$

Провера:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 4$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 3 = 5$$

$$1 + 3 = 4, \text{ T}$$

$$-1 + 6 = 5, \text{ T}$$

Овде не треба множити ниједну једначину, јер већ имамо супротне бројеве (2 и -2 уз x)

Сабраћемо обе једначине система и једну од ових једначина преписати.

Уочавамо да у првој једначини већ имамо само једну непознату, лако је решимо (поделимо једначину са 3)

Затим добијену вредност у убацујемо у другу једначину система и добијемо лако x

Решавање система линеарних једначина методом супротних коефицијената

Пример 2: Методом супротних коефицијената реши систем

$$a - b = 6$$

$$4(a - 1) - (b + 4) = 2a$$

$$a - b = 6$$

$$4a - 4 - b - 4 = 2a$$

$$a - b = 6$$

$$4a - b - 2a = 4 + 4$$

$$a - b = 6 / \cdot (-1)$$

$$2a - b = 8$$

$$-a + b = -6$$

$$2a - b = 8$$

$$-a + b + 2a - b = -6 + 8$$

$$a - b = 6$$

$$-a + 2a = 2$$

$$a - b = 6$$

$$a = 2$$

$$2 - b = 6$$

$$a = 2$$

$$-b = 6 - 2 \Rightarrow -b = 4 \Rightarrow b = -4$$

Прво средимо другу једначину, а прву преписујемо.

У другој, непознате на леву, познате на десну страну, а затим средимо.

Немамо супротне бројеве ни уз једну непознату (као што смо имали у Примеру 1). Али, довољно је да једну од једначина помножимо са -1 и имаћемо супротне коефицијенте (бројеве) уз b , а онда их саберемо, као и у претходном примеру.

Најједноставнију препишемо као другу једначину система (најбоље да увек преписете најједноставнију, јер ћете најбрже израчунати).

Кад одредимо непознату, у овом случају a , а затим је убацимо у другу једначину и добијемо и непознату b .

Решење овог система је уређени пар $(a, b) = (2, -4)$

Провера:

$$2 - (-4) = 6 \Rightarrow 2 + 4 = 6, \text{ T}$$

$$4(2 - 1) - (-4 + 4) = 2 \cdot 2 \Rightarrow 4 \cdot 1 - 0 = 4 \Rightarrow 4 = 4, \text{ T}$$

Решавање система линеарних једначина методом супротних коефицијената

Пример 3: Методом супротних коефицијената реши систем

$$\frac{12x-6y-3}{7} = -1/ \cdot 7$$

$$\frac{9y-10x+6}{8} = 1/ \cdot 8$$

$$12x - 6y - 3 = -7$$

$$9y - 10x + 6 = 8$$

$$12x - 6y = -7 + 3$$

$$9y - 10x = 8 - 6$$

$$12x - 6y = -4/ : 2$$

$$-10x + 9y = 2$$

$$6x - 3y = -2/ \cdot 3$$

$$-10x + 9y = 2$$

$$18x - 9y = -6$$

$$-10x + 9y = 2$$

$$18x - 9y - 10x + 9y = -6 + 2$$

$$6x - 3y = -2$$

$$8x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 3y = -2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$-3 - 3y = -2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$-3y = -2 + 3$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$-3y = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

Најпре средимо обе једначине система (као што би сваку од њих сређивали да је „сама“).

Сада у свакој посебно, непознате на лево, познате на десну страну, а затим средимо.

Треба да исте непознате буду једна испод друге, лакше уочити одговарајуће коефицијенте.

Такође, ако неку једначину можемо поделити неким бројем, урадимо то јер је лакше радити са мањим бројевима.

Прву множимо са 3 да бисмо уз y имали супротне коефицијенте, а затим их сабирамо.

Најједноставнију препишемо као другу једначину система.

Решење система је уређени пар $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$

Домаћи, збирка, страна 109, 2. задатак