

Мрежа ваљка, површина ваљка

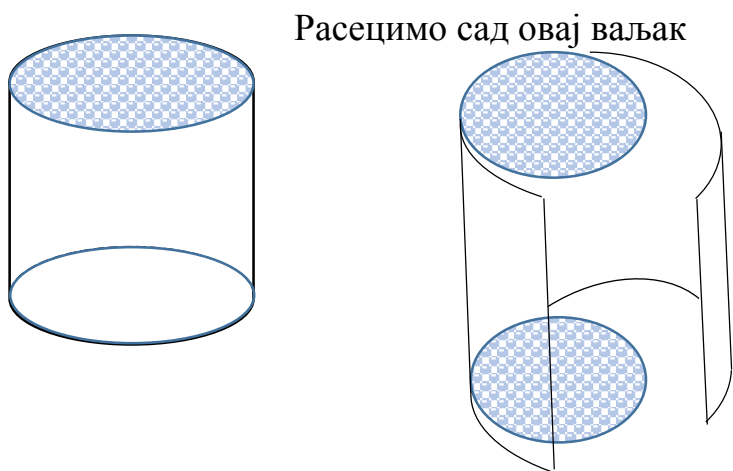
Подсетимо се!

Кад смо радили призму и пирамиду, рекли смо да је њихова површина једнака површини њихове мреже.

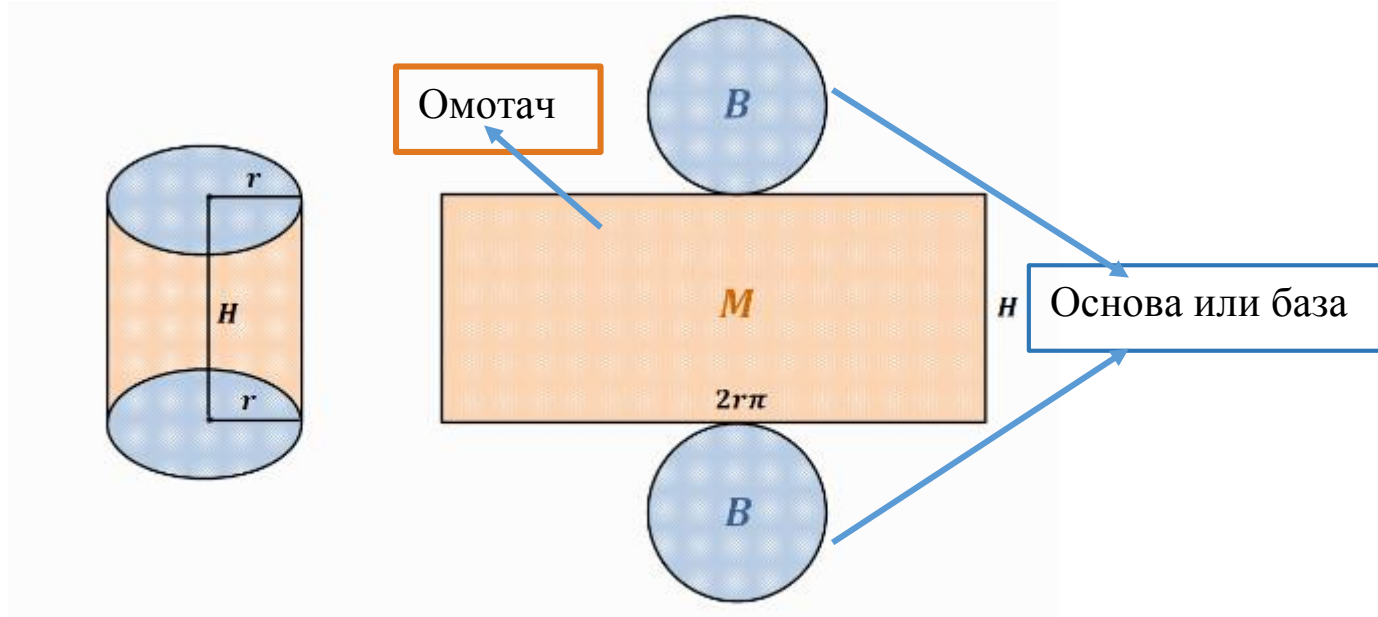
Шта је мрежа тела?

Мрежу добијамо кад геометријско тело „расечемо“, затим „испружимо“ у једну раван, али тако да „савијањем“ (без икаквог „лепљења“) можемо поново добити то тело.

Да видимо како то изгледа код ваљка и шта је његова мрежа.

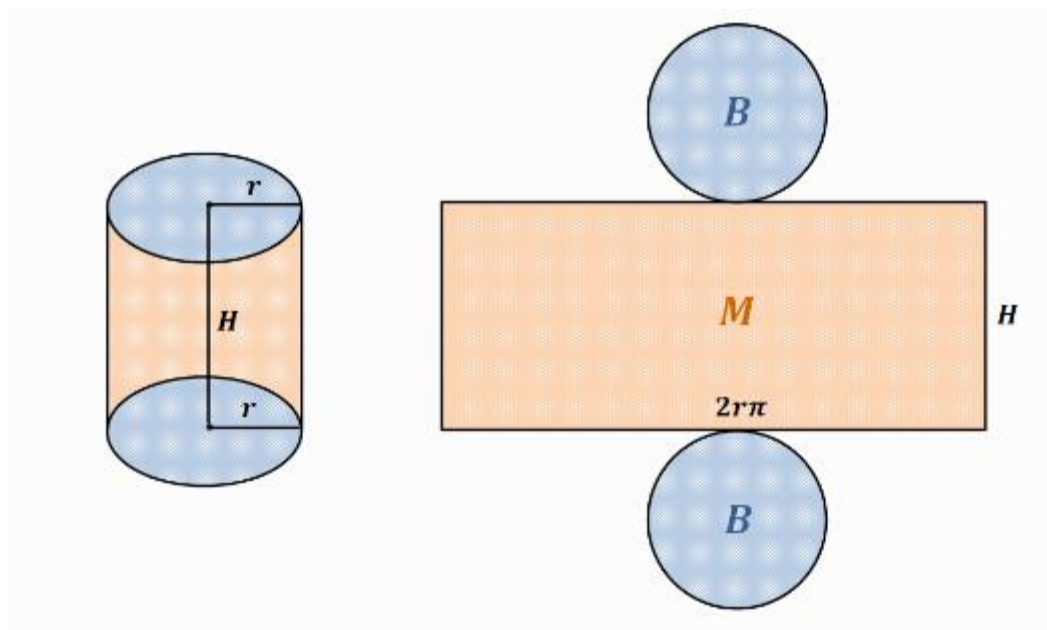


И на крају, кад све „положимо“ у једну раван, добијамо мрежу ваљка.



Ваљак полупречника основе r и висине H и његова мрежа

Да сад, још једном пажљиво проанализирамо мрежу ваљка и изведемо формулу за њену површину, што ће бити формула и за површину самог ваљка.



Основа или база је круг полупречника r , па је површина тог круга $r^2\pi$

Омотач је правоугаоник чија је једна страница обим круга (јер се „савија“ око њега, та дужина је, дакле, $2r\pi$), а друга страница је висина ваљка, H , што је и на самој слици обележено.

Као и код осталих тела које смо учили, површину основе означавамо са B , а површину омотача са M .

Дакле, површина мреже је $2B+M$.

То значи да је и површина ваљка (означавамо са P) такође

$$P=2B+M \quad (*)$$

$B=r^2\pi$ (површина круга) а $M=2r\pi \cdot H$ (површина правоугаоника са страницама $2r\pi$ и H)

Сређивањем добијамо $P=2B+M=2r^2\pi+2r\pi \cdot H=2r\pi \cdot (r+H)$ тј.

крајњи облик формуле за површину ваљка је $P=2r\pi(r+H)$

Можемо, наравно, користити и формулу (*)

Надам се да сам успела да вам објасним и овим путем 😊 . Следе примери.

Пример1:

Израчунај површину ваљка, ако је површина његове основе $25\pi\text{cm}^2$, а површина његовог омотача $80\pi\text{cm}^2$.

Решење:

$$\text{Дакле, } V=25\pi\text{cm}^2$$

$$M=80\pi\text{cm}^2$$

$$\text{Онда је } P=2V+M$$

$$P=2\cdot 25\pi + 80\pi$$

$$P=50\pi + 80\pi$$

$$P=130\pi\text{cm}^2$$

Пример2:

Израчунај површину ваљка, ако му је полупречник основе $r=4\text{cm}$, а висина $H=10\text{cm}$.

Решење:

$$r=4\text{cm}, H=10\text{cm}, P=?$$

Овде можемо користити онај сређени облик (али, није обавезно, може и преко $P=2V+M$)

$$P=2r\pi(r+H)$$

$$P=2\cdot 4\pi\cdot(4+10)$$

$$P=8\pi\cdot 14$$

$$P=112\pi\text{cm}^2$$

Пример3:

Израчунај површину равностраног ваљка ако је површина његовог осног пресека 144cm^2 .

Решење:

Ваљак равностран тј. $2r=H$

$$P_p = 144\text{cm}^2$$

$$P_p = 2r\cdot H$$

$$P_p = H\cdot H$$

$$144 = H\cdot H \text{ тј. } H^2 = 144 \iff H = \sqrt{144}$$

$$H = 12\text{cm}, \text{ па је, из } 2r=H, r = \frac{H}{2} \text{ тј. } r = 6\text{cm}$$

Рачунамо сад површину ваљка

$$P = 2r\pi(r+H) = 2\cdot 6\pi\cdot(6+12)$$

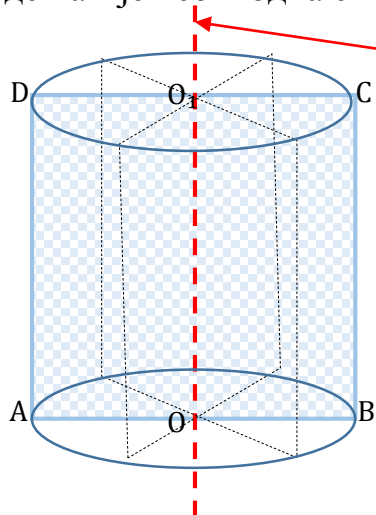
$$P = 12\pi\cdot 18 \text{ односно, } P = 216\pi\text{cm}^2$$

Пример4:

Изрчунај површину ваљка који настаје ротацијом квадрата површине 100cm^2 око симетрале странице.

Решење:

Овде нам је неопходна скица.



Квадрат ABCD ротира око симетрале (s) једне своје странице (за 180° јер се једна половина квадрата обрће на једну, а друга половина на другу страну) и настаје ваљак. Дуж АО се обрће на једну страну, а дуж ВО на другу страну и заједно праве доњу основу, а дужи DO_1 и O_1C горњу основу. Слично, ротирањем AD на једну, а BC на другу страну настаје омотач.

Дакле, $r = \frac{AB}{2}$ $H = AD$ (*)

Пошто је ABCD квадрат онда је $AB = AD = a$
Изрчунајмо сад страницу квадрата a .

Ако површину квадрата означимо као нпр. P_1 важи следеће:

$P_1 = a^2$ (формула за површину квадрата)

$100 = a^2$ па је $a = \sqrt{100}$ тј. $a = 10$

Из (*) добијамо да је $r = \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5$, а $H = a = 10$

Сада имамо све потребне податке за површину ваљка и рачунамо је:

$$P = 2r\pi \cdot (r+H)$$

$$P = 2 \cdot 5\pi \cdot (5+10)$$

$$P = 10\pi \cdot 15$$

$$P = 150\pi \text{ cm}^2$$

Покушала сам да вам, колико толико, објасним ово на овај начин. Надам се да сам бар мало успела.

На следећој страни имате неколико задацића за домаћи. Нека свако уради онолико колико зна.

Домаћи:

1. Израчунај површину ваљка ако је:
а) $r=8\text{ cm}$, а $H=12\text{ cm}$
б) $r=2,5\text{ dm}$, а $H=0,4\text{ m}$
2. Израчунај полупречник основе и висину (правог*) ваљка, ако му је обим основе $28\pi\text{ cm}^2$, а површина (ваљка) $560\pi\text{ cm}^2$.
3. Израчунај површину ваљка који настаје ротацијом правоугаоника страница 4 cm и 9 cm око дуже странице (потребна скица).
4. Полупречник основе и висине ваљка односе се као $2 : 5$. Ако је површина осног пресека 80 cm^2 , израчунај површину тог ваљка.

(*) **Напомена:**

Ми изучавамо само праве тј. усправне ваљке, тако да то не мора да се наводи, јер се подразумева.

Zaštiti druge i sebe od virusa COVID-19.



#ostanikodkuće
#stayathome

**OSTANI
KOD KUĆE!**