

Круг - Сложене фигуре

И на крају, последња и уједно најтежа лекција из ове области.

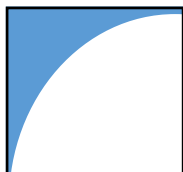
Тешка је зато што треба „уочити“ фигуру и онда видети како израчунати обим и површину.

То су тзв. **СЛОЖЕНЕ ФИГУРЕ**, и оне су делови круга, у комбинацији са деловима троугла, четвороугла,...

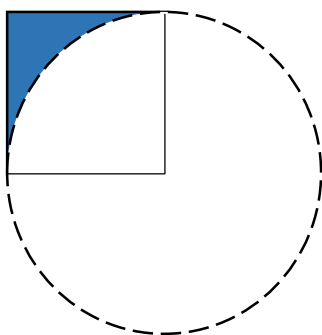
Кренућемо од једне, релативно једноставније:

Пример 1: Израчунати обим и површину обојене фигуре ако је страница квадрата 4 cm.

Решење: Обојена фигура је део квадрата који преостане кад



„избацимо“ необојени део. Сад треба видети шта је тај необојени део. Па, погледајте:



Необојени део је заправо четвртина круга чији је полупречник једнак страници квадрата.

Дакле, израчунамо површину квадрата, обележимо рецимо као P_1 , па је $P_1 = a^2$

$$P_1 = 4^2$$

$$P_1 = 16 \text{ cm}^2$$

Сад израчунамо необојени део, тј.

четвртину површине круга (нпр. површина круга је P_2)

$$P_2 = r^2 \pi$$

$$P_2 = 4^2 \pi$$

Обим фигуре је увек дужина линије којом је фигура ограничена.

Овде ту линију чине две стране квадрата и четвртина обима круга, дакле обим фигуре је збир тих дужина, па добијамо:

$$O = 2a + \frac{1}{4} \cdot 2r\pi$$

$$O = 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4\pi, O = (8 + 2\pi) \text{ cm} \text{ или}$$

$$O = 2(4 + \pi) \text{ cm}$$

А сад рачунамо површину фигуре

$$P = P_1 - \frac{1}{4} P_2$$

$$P = 16 - \frac{1}{4} \cdot 16\pi \text{ (скратимо па добијемо)}$$

$$P = 16 - 4\pi$$

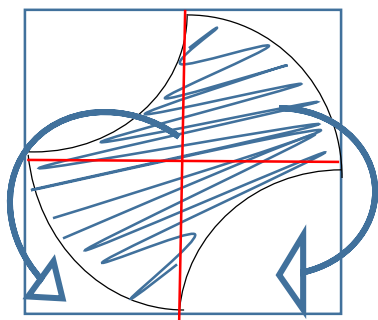
Ово се ни случајно не сме одузимати јер је један рационалан а други ирационалан, већ остаје тако

$$P = (16 - 4\pi) \text{ cm}^2 \text{ или}$$

$$P = 4(4 - \pi) \text{ cm}^2$$

Надам се да овај пример није пуно тежак и нејасан!

Пример 2: Израчунати обим и површину освенчене фигуре ако је страница квадрата 8cm.

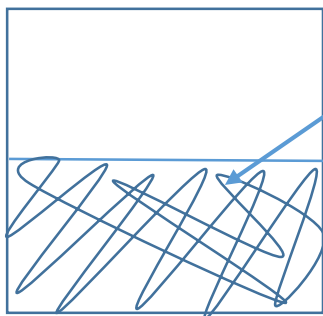


Обим фигуре није тешко израчунати. Линију која ограничава фигуру чине 4 једнака лука. Сваки од њих је четвртина кружнице која има полупречник једнак половини странице квадрата, дакле 4cm.

Дакле, $O = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2r\pi$, кад се скрати то је заправо један обим круга тј. $O = 2r\pi$ $O = 8\pi$ cm

За површину, можемо мало „испремештати“ неке делове фигуре да нам буде лакше рачунање.

Овај мали освенчени део преместимо на овај небојени
Слично, и овај други обојени одозго преместимо на доњи небојени (види стрелицу)
Кад то урадимо добијамо пуно једноставнију фигуру која има исту површину:



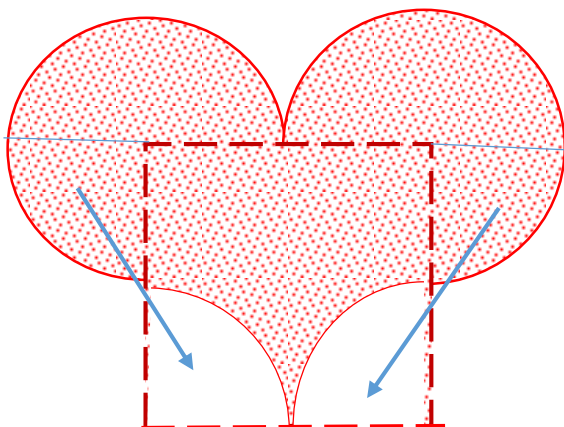
Закључујемо да је површина освенчене фигуре једнака овом освенченом делу квадрата а то је заправо половина квадрата, па је површина фигуре

$$P = \frac{1}{2}a^2 \quad P = \frac{1}{2} \cdot 8^2$$

$$P = 32 \text{ cm}^2$$

Код површина смо премештати делове ако нам то олакшава рачунање, код обима не смо, већ код обима само сабирамо дужине које чине линију.

Задатак: Израчунај обим и површину овог „срцуленца“ ако је страница квадрата 10 cm .



Обим је лако.имамо 2 пута по $\frac{3}{4}$ обима круга (ово горе) и 2 пута по $\frac{1}{4}$ обима круга,што је укупно $8/4$ тј. 2 обима круга чији је полупречник половина странице квадрата ,односно 5 cm,
 $O = 2 \cdot 2r\pi$ $O = 2 \cdot 2 \cdot 5\pi$ $O = 20\pi$ cm

За површину можемо ,да олакшамо рачунање ,мало испремештати делове (јер је само важно да и та нека нова фигура коју добијемо премештањем делова,има исту површину)

Шта премештамо? Ову по $\frac{1}{4}$ круга одозго у овај празни део квадрата (види стрелице)
 Шта смо сад добили?

Попунили смо цео квадрат ,а горе су остале две половине површине круга,значи површина целог једног круга.

Према томе,површина „срца“ је збир површине квадрата и површине једног круга -
 Није тако страшно тешко,ипак,зар не?

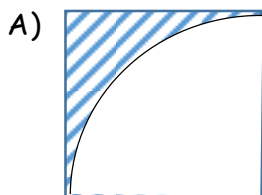
$$P = a^2 + r^2 \pi$$

$$P = 10^2 + 5^2 \pi$$

$$P = (100 + 25\pi) \text{ cm}^2 \text{ или можемо } 25 \text{ пред заграду па } P = 25(4 + \pi) \text{ cm}^2$$

Задатак:

Израчунај обим и површину освенчене фигуре ако је страница квадрата на слици 4cm.

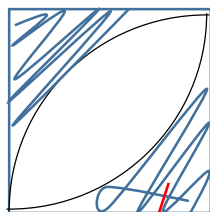


Ово није тешко,обим је збир 2 странице квадрата и $\frac{1}{4}$ обима круга који има полупречник једнак страници квадрата.

Површину добијемо кад од површине квадрата одузмемо површину четвртине круга.

Пробајте ово да урадите сами,мислим да чак у оним примерима урађеним има овакав задатак.

Б)



Овде за обим осенчене фигуре имамо све четири
странице квадрата и два пута по четвртину обима

$$\text{круга. Дакле, } O = 4 \cdot a + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2r\pi$$

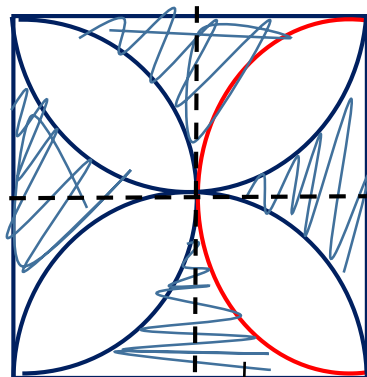
обим круга

$$\text{Кад се скрати } O = 4a + r\pi$$

За површину израчунамо прво овај један осенчени део (видите слику, означила
сам као P_1 -то рачунамо као у А) јер је тај део квадрат минус $\frac{1}{4}$ круга) а онда је
површина осенчене фигуре $P = 2 \cdot P_1$ јер фигуру чине 2 таква дела .

Мислим да ћете моћи сама, пробајте !

В)



Овде за обим имамо 4 странице квадрата
плус 4 половине обима круга (један сам
обележила црвено) чији је полупречник
половина странице квадрата.

За површину најбоље да велики квадрат
изделимо на 4 мања (испрекидане линије)
па рачунамо осенчени део у једном малом
квадрату као у случају Б)

а онда за целу фигуру пута 4 (или $P_1 \cdot 8$)

$$\text{За мали квадрат } P_1 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}r^2\pi$$

$$P_1 = 2^2 - \frac{1}{4}2^2\pi$$

$$P_1 = 4 - \frac{1}{4}4\pi$$

$$P_1 = 4 - \pi$$

Цео осенчени део се састоји од 8 P_1 па је $P = 8 \cdot (4 - \pi) \text{ cm}^2$

