

МАТЕМАТИКА VII разред (доплатна настава)

Реални бројеви

1. задатак Да ли је број : а) $\sqrt{0,111\dots}$ б) $\sqrt{0,444\dots}$ в) $\sqrt{0,161616\dots}$ рационалан ?

Решење : Пошто су периодични (бројеви под кореном, то значи да су рационални јер ирационални нису периодични) па их можемо представити у облику разломка тј.

а) $0,111\dots = \frac{p}{q} = x$ Пошто му се једна цифра понавља, и то одмах прва, множимо све са 10 па добијемо

$$\begin{aligned} 1,111\dots &= 10x \\ 1 + 0,111\dots &= 10x \\ 1 + x &= 10x \end{aligned}$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9} \quad \text{па је } \sqrt{0,111\dots} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \text{ тј. рационалан}$$

б) Слично добијемо $x = \frac{4}{9}$ па $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ рационалан

в) $0,1616\dots = x$ сад период две прве цифре па множимо са 100 и добијемо

$$16,1616\dots = 100x$$

$$16 + 0,1616\dots = 100x$$

$$16 + x = 100x \quad \text{тј. } 16 = 99x \quad x = \frac{16}{99} \quad \sqrt{\frac{16}{99}} = \frac{4}{\sqrt{99}} = \frac{4}{\sqrt{9 \cdot 11}} = \frac{4}{3 \cdot \sqrt{11}} \text{ није}$$

рацион.

2. задатак Шта је веће : $7\sqrt{8}$ или $8\sqrt{7}$?

Решење : Квадрирамо оба $(7\sqrt{8})^2 = 49 \cdot 8 = 392$ $(8\sqrt{7})^2 = 64 \cdot 7 = 448$ па је $8\sqrt{7} > 7\sqrt{8}$

3. задатак Израчунај $\sqrt{(\sqrt{7} - 7)^2} - (\sqrt{7} - 7)$

решење $= |\sqrt{7} - 7| - \sqrt{7} + 7 = 7 - \sqrt{7} - \sqrt{7} + 7 = 14 - 2\sqrt{7}$

Јер је $7 > \sqrt{7}$

4.задатак У скупу рационалних бројева реши следеће једначине $x^2 - 2,\bar{3} = 1,\bar{6}$ и $0,\bar{6}y^2 = 1,5$ где ознака \bar{a} значи да се цифра a бесконачно много пута понавља.

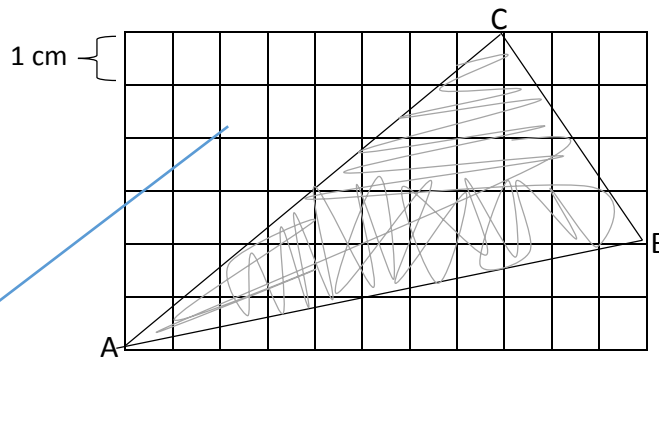
Решење $2,333 \dots = 2\frac{1}{3}$ $1,666 \dots = 1\frac{2}{3}$ $x^2 = 1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3}$

$x^2 = 4$ $x = 2$ или $x = -2$

Слично и друга, $y = \frac{3}{2}$ или $y = -\frac{3}{2}$

Питагорина теорема

5.задатак Докажи да је троугао ABC , приказан на слици, правоугли.



Из овог троугла (неосенченог) по Питаг.теор добијамо $|AC|^2 = 8^2 + 6^2$

$$|AC| = 10 \text{ cm}$$

$$|BC|^2 = 3^2 + 4^2$$

$$|BC| = 5 \text{ cm}$$

$$|AB|^2 = 11^2 + 2^2$$

$$|AB|^2 = 121 + 4 = 125$$

Дакле, $125 = 100 + 25$ тј. $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$ тј важи Питагорина теорема па је троугао ABC правоугли.