

Решавање једначина применом растављања на чиниоце

~ решени примери ~

Ми смо до сада углавном решавали **линеарне једначине**. То су једначине у којима је степен непознате један.

Примери линеарних једначина : $x+3=9$, $3x-2=-1$, $\frac{1}{3}y+2y-2\cdot(y+3)=0$

Значи ,једначине у којима нема x^2 , x^3 итд.

Али, ове године смо решавали и једначине нпр. $x^2=9$ или $x^2=64$.То су једначине у којима је степен непознате 2 и зову се **квадратне једначине**.

Како смо их решавали?

$$x^2=9 \quad x=\pm\sqrt{9} \quad x=\pm 3 \quad \text{или ову другу} \quad x^2=64 \quad x=\pm\sqrt{64} \quad x=\pm 8$$

Сада ћемо и неке друге једначине (обично квадратне,али и неке кубне,значи кад имамо x^3) решавати ,и то применом растављања на чиниоце.

Видећете да није уопште тешко!

Реши једначине:

1. $x^2+2x=0$

$$x \cdot (x+2)=0$$

$x=0$ или $x+2=0$

$$x=0-2$$

$x= -2$

Како ? Најпре раставимо на чиниоце израз са леве стране.

Шта сад? Знамо да је производ два чиниоца нула ако је један од њих нула .Значи имамо две могућности :

значи,једначина има два решења .то пишемо $x \in \{0,-2\}$

2. $x^2-3x=0$

$$x \cdot (x-3)=0$$

$x=0$ или $x-3=0$

$$x=0+3$$

$x= 3$ једначина има два решења $x \in \{0, 3\}$

Решавање једначина применом растављања на чиниоце

~ решени примери ~

3. $x^2 - 7x = 0$

$$x(x-7) = 0 \implies \underline{x=0} \text{ или } x-7=0$$

$$x = 0 + 7$$

$$\underline{x=7} \quad x \in \{0, 7\}$$

4. $\sqrt{2}x^2 - 2x = 0$

$$x(\sqrt{2}x - 2) = 0 \implies \underline{x=0} \text{ или } \sqrt{2}x - 2 = 0$$

$$\sqrt{2}x = 2$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (\text{рационалишемо})$$

$$x = \frac{2\sqrt{2}}{2} \quad \text{тј. } \underline{x = \sqrt{2}} \quad x \in \{0, \sqrt{2}\}$$

5. $2x^2 + 3x^3 = 0$ И овде раставимо на чиниоце

$$x^2(2+3x) = 0 \implies \underline{x^2=0} \text{ или } 2+3x=0$$

$$x=0$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3} \quad \text{тј. } x \in \left\{0, -\frac{2}{3}\right\}$$

Ово су били примери кад растављамо извлачењем заједничких чинилаца.

Сада ћемо решити неке једначине применом разлике квадрата или квадрата бинома.

Од саме једначине зависи шта ћемо применити код растављања. Само је важно да на десној страни имамо нулу, јер знамо да је производ чинилаца 0 ако је бар један од чинилаца 0.

Јер ако имамо нпр. $x(2-x)=7$ ми не знамо колико могу бити чиниоци !

Решавање једначина применом растављања на чиниоце

~ решени примери ~

6. $x^2 - 16 = 0$ Раставимо као разлику квадрата па имамо :

$$(x-4)(x+4) = 0 \text{ поново имамо две могућности :}$$

$$x-4=0 \text{ или } x+4=0$$

$$x=4 \text{ или } x=-4 \text{ тј. } x \in \{-4, 4\}$$

7. $144 - 25y^2 = 0$ $12^2 - (5y)^2 = 0$,кад раставимо добијемо $(12-5y)(12+5y) = 0$

$$12-5y=0 \text{ или } 12+5y=0$$

$$5y=12 \text{ тј. } y = \frac{12}{5} \text{ , а друго решење } 5y = -12 \text{ тј. } y = -\frac{12}{5}$$

8. $(x+2)^2 - 49 = 0$ \Rightarrow $(x+2)^2 - 7^2 = 0$

$$((x+2)-7)((x+2)+7) = 0$$

$$(x+2-7)(x+2+7) = 0$$

$$(x-5)(x+9) = 0$$

$$x-5=0 \text{ или } x+9=0$$

$$x=5 \text{ или } x=-9 \text{ тј. } x \in \{-9, 5\}$$

9. $(3+2a)^2 - (a-1)^2 = 0$

$$((3+2a)-(a-1)) \cdot ((3+2a)+(a-1)) = 0$$

$$(3+2a-a+1) \cdot (3+2a+a-1) = 0$$

$$(4+a)(2+3a) = 0$$

$$4+a=0$$

$$a = -4$$

$$\text{или } 2+3a=0$$

$$3a = -2$$

$$\text{тј. } a = -\frac{2}{3}$$

$$\text{односно } a \in \{-4, -\frac{2}{3}\}$$

Решавање једначина применом растављања на чиниоце

~ решени примери ~

10. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

Е, овде растављамо применом квадрата бинома:

$$(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 0 \quad \text{тј.} \quad (2x+3)^2 = 0 \quad . \quad \text{А шта је ово ? То су два иста чиниоца односно } (2x+3)(2x+3) = 0 \quad . \quad \text{Дакле, овде немамо две}$$

могућности (јер су чиниоци једнаки) већ само једну, па у овом случају

немамо два решења већ једно : $2x+3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

11. $75m^2 - 60m + 12 = 0$

$$3 \cdot (25m^2 - 20m + 4) = 0$$

$$3 \cdot ((5m)^2 - 2 \cdot 5m \cdot 2 + 2^2) = 0$$

$$3 \cdot (5m - 2)^2 = 0$$

$3 \neq 0$, тј. само једна могућност $5m - 2 = 0$

$$5m = 2 \quad \text{тј.} \quad m = \frac{2}{5}$$

А сад пример ако на десној страни није нула.

Решавање једначина применом растављања на чиниоце

~ решени примери ~

Ево задатка ,и видећете да је и то лако :

$$\begin{array}{cc} \boxed{-1} & \boxed{-1} \\ \downarrow & \downarrow \end{array}$$

12. Реши једначину $26-30x+9x^2=1$

Шта сад? Погледајте !

$$26-30x+9x^2-1=1-1 \quad (\text{на обе стране додамо } -1)$$

$$26-30x+9x^2-1=1-1$$

$$25-30x+9x^2=0$$

$$5^2-2\cdot 5\cdot 3x+(3x)^2=0$$

$$(5-3x)^2=0 \implies 5-3x=0 \implies 3x=5 \implies x=\frac{5}{3}$$

Надам се да сте разумели !



<https://matematikantnedatoholj.weebly.com>