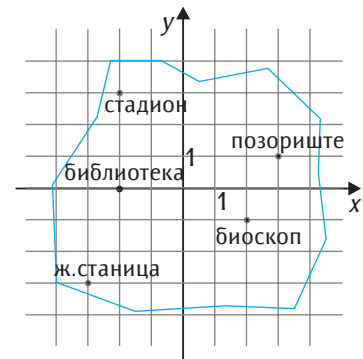


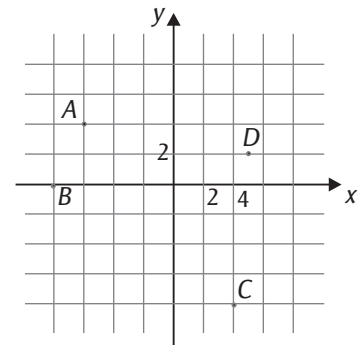
## Правоугли координатни систем у равни

- 1 На мапи града постављена је координатна мрежа као на слици. Ако су координате биоскопа  $(2, -1)$ , одреди координате:

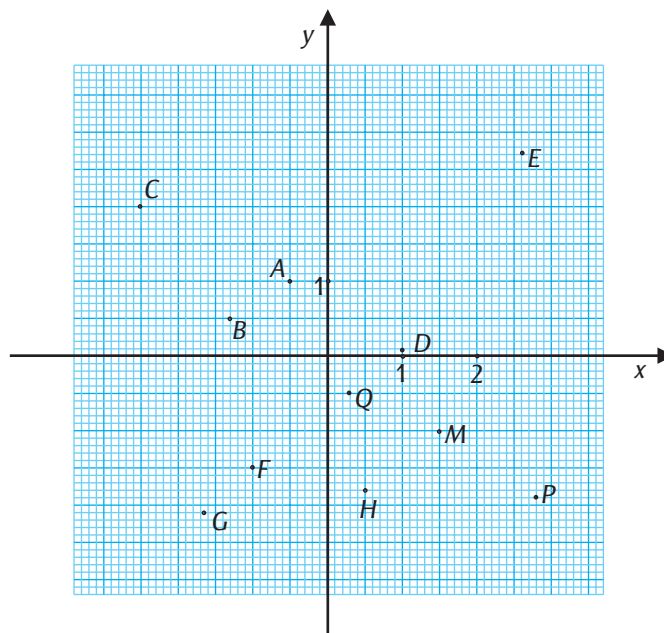
- а) позоришта
- б) железничке станице
- в) библиотеке
- г) стадиона.



- 2 а) Напиши координате тачака  $A, B, C$  и  $D$ .  
б) Нацртај у истом координатном систему тачке:  $M(-1, 0)$ ,  $N(3, 4)$  и  $P(0; -1,5)$ .



- 3 Ако тачка  $B$  има координате  $B(-1, 3; 0,5)$ , напиши координате осталих датих тачака.

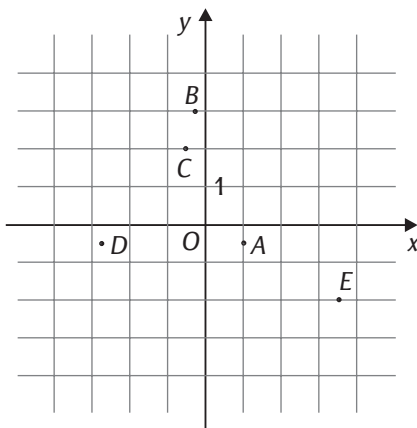


- 4 Одреди положај тачака у датом координатном систему:  
 $A(-1,2; 2)$ ,  $B(3,4; -1)$ ,  $C(-1,6; -0,8)$ ,  $D(0, -0,5)$ ,  $E(0,2; 3,2)$

Нацртај координатни систем на милиметарској хартији.

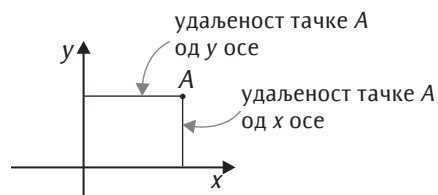
- 5 Дате су тачке у координатном систему.  
 Којим ћеш тачкама придружити дате координате? Попуни табелу

координате	$(-\frac{1}{2}, 2)$	$(-2\frac{3}{4}, -\frac{1}{2})$	$(1, -\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{4}, 3)$	$(3\frac{1}{2}, -2)$
тачка					



- 6 Нацртај тачке у координатном систему:  
 $A(-1, 2)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(-1, -4)$ ,  $D(-1, -1)$ ,  $E(-3, 2)$ ,  $F(-2, -2)$

- а) Које су тачке једнако удаљене од  $x$ -осе?  
 б) Које су тачке једнако удаљене од  $y$ -осе?

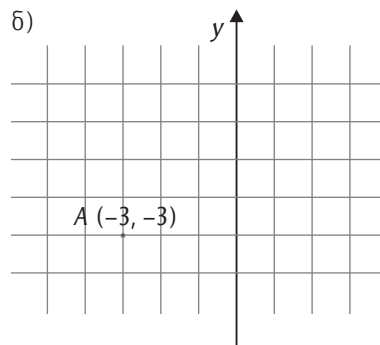
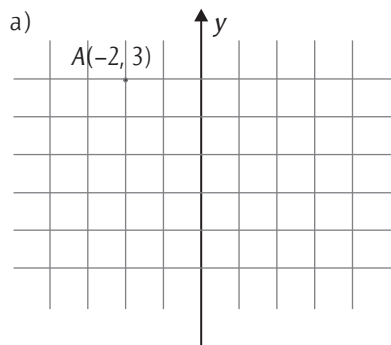


- 7 Којем квадранту припадају дате тачке? Попуни табелу.

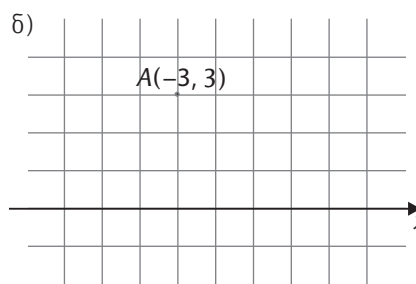
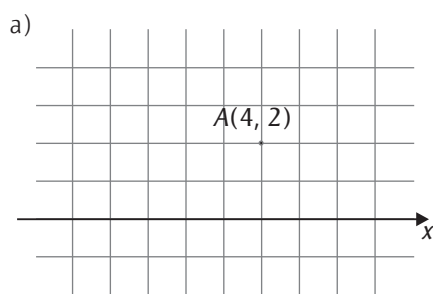
тачка	$A(-1,2; 2)$	$B(3,4; -1)$	$C(-1,6; -0,8)$	$E(0,2; 3,2)$
квадрант				

- 8 а) Којим квадрантима припадају тачке чије координате имају исти предзнак?  
 б) Којим квадрантима припадају тачке чије координате имају различите предзнаке?  
 в) Којим квадрантима припадају тачке чије координате имају позитивне  $x$ -координате?  
 г) Којим квадрантима припадају тачке чије координате имају позитивне  $y$ -координате?

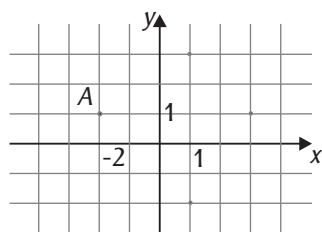
9

Нацртај  $x$ -осу.

10

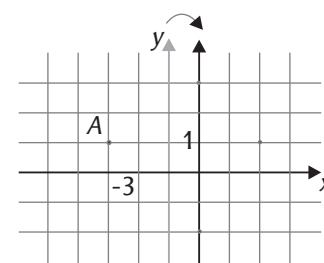
Нацртај  $y$ -осу.

11

Дата је тачка  $A(-2, 1)$  у координатном систему  $xOy$ .Одреди координате тачке  $A$  ако се:

- $y$ -оса помери за две јединице удесно
- $y$ -оса помери за три јединице улево
- $x$ -оса помери за две јединице нагоре
- $x$ -оса помери за две јединице надоле.

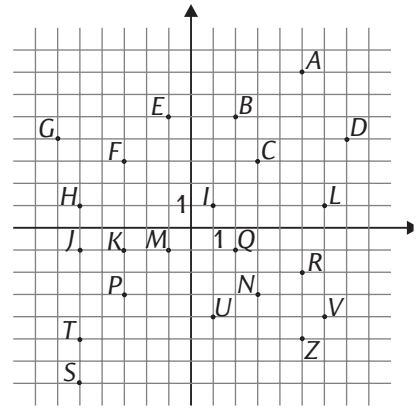
Када се  $y$ -оса помери за једну јединицу удесно, координате тачке  $A$  биће  $A(-3, 1)$ .



12

- У каквом су положају тачке  $A(-1; 2)$  и  $B(1; 2)$  у односу на  $x$ -осу?
- У каквом су положају тачке  $C(3; -2)$  и  $D(3; 2)$  у односу на  $y$ -осу?
- У каквом су положају тачке  $A(-1; -2)$  и  $B(1; 2)$  у односу на координатни почетак?

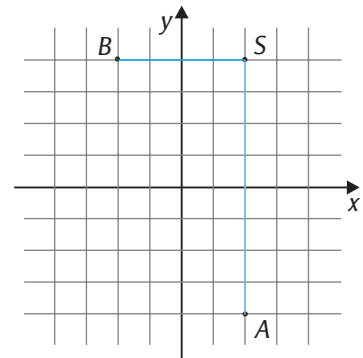
- 13) Које су тачке на слици симетричне у односу на:
- $x$ -осу
  - $y$ -осу
  - координатни почетак?
- Напиши њихове координате.



Нацртај тачке симетричне тачки  $C(2, 4)$  у односу на  $x$ -осу и  $y$ -осу и напиши њихове координате.

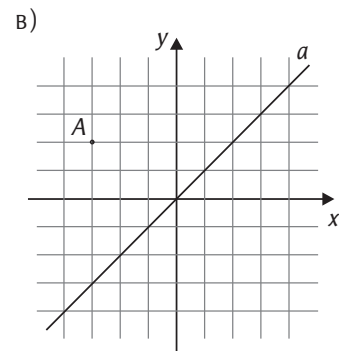
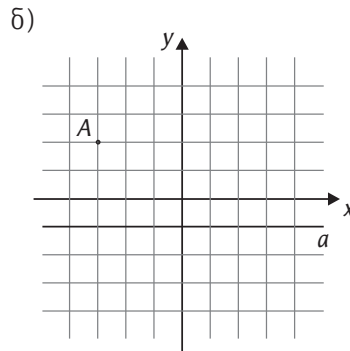
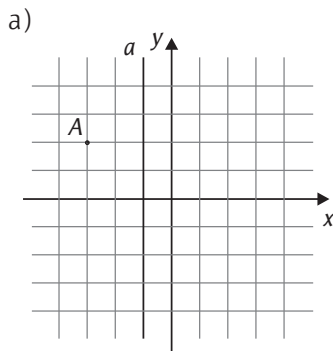
**Решење**

Тачка  $A(2, -4)$  симетрична је тачки  $C$  у односу на  $x$ -осу.  
Тачка  $B(-2, 4)$  симетрична је тачки  $C$  у односу на  $y$ -осу.



- 14) Одреди координате тачака које су са тачком  $M(3, -2)$  симетричне у односу на:
- $x$ -осу
  - $y$ -осу
  - координатни почетак.

- 15) Нацртај и напиши координате тачке  $B$  симетричне тачки  $A$  у односу на праву  $a$  на слици.



- 16) а) Нацртај и напиши координате тачке  $C$  симетричне тачки  $A(-5, 8)$  у односу на праву  $a$ , која садржи тачку  $B(0, 3)$  и паралелна је са  $x$ -осом.  
б) Нацртај и напиши координате тачке  $C$  симетричне тачки  $A(-5, 8)$  у односу на праву  $a$ , која садржи тачку  $B(3, 0)$  и паралелна је са  $y$ -осом.  
в) Нацртај и напиши координате тачке  $D$  симетричне тачки  $A(-5, 8)$  у односу на праву  $a$ , која је симетрала првог и трећег квадранта.

- 17) Којој врсти троуглова према угловима припада троугао чија темена имају координате:  
 а)  $A(-1, -2)$ ,  $B(-3, 4)$ ,  $C(6, 2)$   
 б)  $A(1, -2)$ ,  $B(-3, 1)$ ,  $C(-3, -2)$   
 в)  $A(1, 2)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(-6, 2)$ ?

Нацртај тачке у координатној равни.

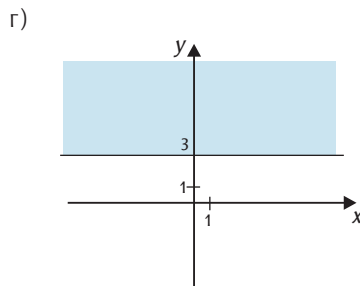
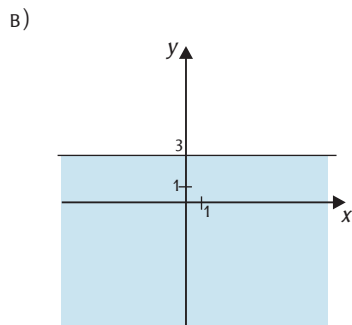
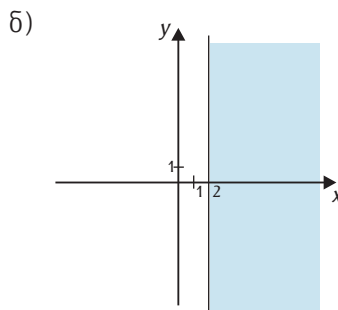
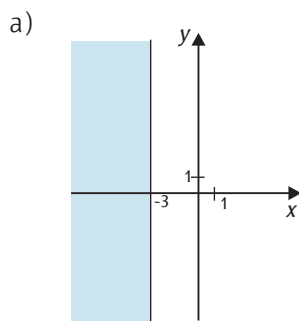
- 18) Којој врсти припада четвороугао чија темена имају координате:  
 а)  $A(3, -2)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(-3, 2)$ ,  $D(3, 2)$       б)  $A(1, -2)$ ,  $B(3, 0)$ ,  $C(3, 4)$ ,  $D(1, 0)$ ?

- 19) Ако су  $A$  и  $B$  темена квадрата  $ABCD$ , нацртај га у координатној равни и запиши координате преосталих темена. Колико има решења?  
 а)  $A(-2, -1)$ ,  $B(3, -1)$       б)  $A(-1, -2)$ ,  $B(-1, 3)$

- 20) Ако су  $A$ ,  $B$ ,  $C$  темена паралелограма  $ABCD$ , нацртај тај паралелограм и запиши координате темена  $D$ .  
 а)  $A(-1, -2)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(2, 2)$       б)  $A(1, -2)$ ,  $B(1, 3)$ ,  $C(4, 4)$   
 в)  $A(2, 2)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(-3, 2)$

- 21) Обој у координатној равни тачке чије су координате:  
 а)  $(0, y)$ ,  $y \in \mathbf{R}$       б)  $(x, 0)$ ,  $x \in \mathbf{R}$       в)  $(1, y)$ ,  $y \in \mathbf{R}$       г)  $(x, 3)$ ,  $x \in \mathbf{R}$   
 д)  $(-2, y)$ ,  $y \in \mathbf{R}$       њ)  $(x, -4)$ ,  $x \in \mathbf{R}$       е)  $(a, a)$ ,  $a \in \mathbf{R}$       ж)  $(a, -a)$ ,  $a \in \mathbf{R}$

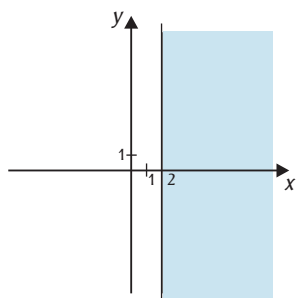
- 22) На слици је осенчен део координатне равни. Које од тачака припадају осенченом делу?  
 $A(-1, -2)$ ,  $B(-5, -1)$ ,  $C(6, 2)$ ,  $D(1, -2)$ ,  $E(-4, 1)$ ,  $F(4, 4)$ ,  $G(1, 2)$ ,  $H(3, -1)$ ,  $I(-6, 5)$



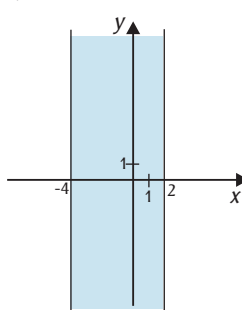


Који услов задовољавају координате тачака које припадају осенченом делу равни?

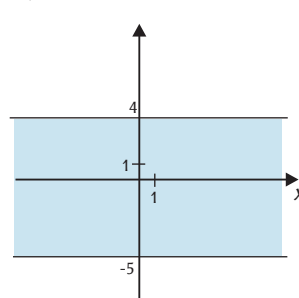
а)



б)



в)



Решење

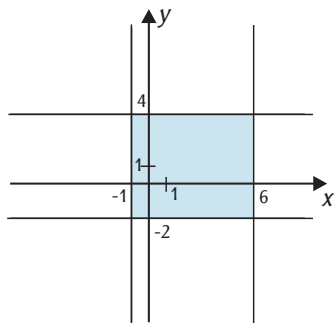
а) Тачке које припадају осенченом делу задовољавају услов  $x \geq 2$ .

б) Све тачке координатне равни чије координате задовољавају услов  $-4 \leq x \leq 2$  припадају осенченом делу равни.

в)  $-5 \leq y \leq 4$

23

Који услов задовољавају координате тачака у равни које припадају осенченом делу?



24

Осенци у координатној равни део чије тачке задовољавају услов:

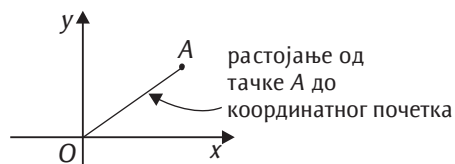
а)  $x \geq -2$    б)  $x \leq 0$    в)  $-3 \leq x \leq -1$    г)  $y \geq 0$

д)  $y \leq -2$    ђ)  $-1 \leq y \leq 0$    е)  $-2 \leq x \leq 5$  и  $-1 \leq y \leq 6$

## Растојање између две тачке

1 Израчунај у јединичним дужима растојање од тачке  $A$  до координатног почетка.

- а)  $A(1, 2)$     б)  $A(-2, 2)$   
 в)  $A(4, -3)$     г)  $A(-5, -7)$



2 Колико је растојање између тачака:

- а)  $A(-6, 0)$  и  $B(0, 8)$     б)  $A(-2, 4; -3)$  и  $B(-4, 5; -3)$   
 в)  $A(0; -5)$  и  $B(0; 8)$     г)  $A(-2; 1, 4)$  и  $B(-2, -2)?$

Изрази растојање између тачака у јединичним дужима.

3 Израчунај колико јединичних дужи има дуж  $d$  ако су дате координате њених крајњих тачака.

- а)  $(0, 5), (5, 0)$     б)  $(-3, 5), (5, -3)$     в)  $(0, 5), (5, 2)$     г)  $(-3, 5), (5, 0)$

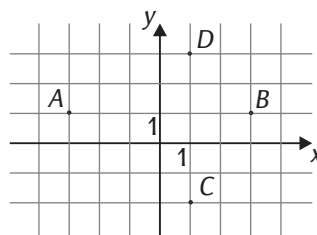
4 Дате су тачке  $A(-3, 0)$ ,  $B(-3, -3)$ ,  $C(4, -5)$  и  $D(0, -5)$ .  
 Колико је растојање између тачака:

- а)  $A$  и  $B$     б)  $C$  и  $B$     в)  $A$  и  $D$     г)  $C$  и  $D$     д)  $B$  и  $D?$

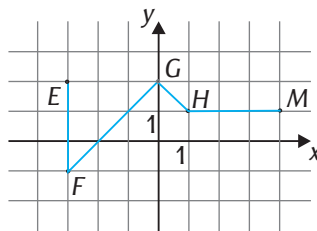
5 Нацртај тачке  $A(0, 3)$  и  $B(-4, 0)$  у координатном систему.  
 Нацртај бар још две тачке,  $C$  и  $D$ , које су од тачке  $A$  удаљене исто колико и тачка  $B$  и запиши њихове координате.

6 Ако је дужина јединичне дужи једнака  $0,4$ , попуни табелу.

дуж	дужина у јединичним дужима	дужина у сантиметрима
$AB$		
$AC$		
$BD$		

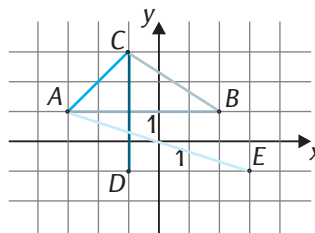


7 Израчунај дужину изломљене линије  $EFGHM$  ако је дужина јединичне дужи једнака  $0,5$  cm.



8 Одреди координате средишта дужи:

- а)  $AB$    б)  $CD$    в)  $AE$   
г)  $AC$    д)  $CB$



9 Одреди координате средишта  $M$  дужи  $AB$  ако је:

- а)  $A(-3, 0)$  и  $B(4, 0)$    б)  $A(-2, 4; -3)$  и  $B(-4, 8; -3)$   
в)  $A(0, -3)$  и  $B(0, -4)$    г)  $A(-2; 1, 4)$  и  $B(-2, -2)$

10 Тачке  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $C(2, 6)$  и  $D$  јесу темена правоугаоника. Одреди координате темена  $D$  и координате тачке  $O$  пресека дијагонала.

Нацртај у координатној равни правоугаоник  $ABCD$

11 Дате су координате три темена паралелограма  $ABCD$ . Одреди координате четвртог темена и координате тачке  $O$  пресека дијагонала.

- а)  $A(-2, 2)$ ,  $B(0, 0)$ ,  $C(4, 0)$    б)  $A(-2, 2)$ ,  $C(0, 0)$ ,  $D(4, 0)$

Нацртај у координатној равни дате три тачке. Конструирај четврто теме паралелограма и прочитај његове координате.

12 Израчунај дужине тежишних дужи троугла  $ABC$  ако је:

- а)  $A(-2, 0)$ ,  $B(4, 0)$  и  $C(0; -4)$   
б)  $A(-3, 4)$ ,  $B(-3, 0)$  и  $C(3, 2)$

Подсети се да су крајње тачке тежишне дужи теме троугла и средиште наспрамне странице.

13 Одреди координате тачака  $A_1$  и  $B_1$  симетричних, редом, тачкама  $A(2, 2)$  и  $B(1, 4)$  у односу на осу  $y$  и израчунај обим четвороугла  $A_1ABB_1$ .

14 Израчунај обим троугла  $ABC$ .

- а)  $A(-3, 0)$ ,  $B(4, 0)$  и  $C(0, -3)$    б)  $A(-3, 4)$ ,  $B(-3, 0)$  и  $C(2, 2)$

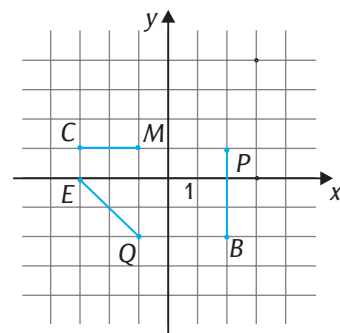
15 Израчунај обим трапеза  $ABCD$ .

- а)  $A(-4, -4)$ ,  $B(4, -4)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(-4, 0)$    б)  $A(-4, 2)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(0, 7)$ ,  $D(-4, 10)$



16

- а) Ако је тачка  $M$  средиште дужи  $CD$ , нацртај тачку  $D$  и напиши њене координате.
- б) Ако је тачка  $P$  средиште дужи  $AB$ , нацртај тачку  $A$  и напиши њене координате.
- в) Ако је тачка  $Q$  средиште дужи  $EF$ , нацртај тачку  $F$  и напиши њене координате.



Нека је тачка  $M(-2, 3)$  средиште дужи  $CD$ . Одреди координате тачке  $C$  ако је  $D(1, 4)$ .

### Решење

Ако су  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  координате крајњих тачака дужи, онда се координате  $(x_s, y_s)$  средишта дужи рачунају по формули:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_s = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Дакле,

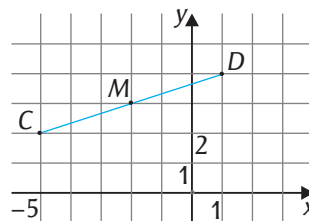
$$-2 = \frac{1 + x_2}{2}, \text{ одакле следи } 1 + x_2 = -4, \text{ односно } x_2 = -5.$$

На исти начин добијамо:

$$3 = \frac{4 + y_2}{2}$$

$$4 + y_2 = 6$$

$$y_2 = 2$$



17

Ако је тачка  $S$  средиште дужи  $AB$ , одреди координате тачке  $B$ .

- а)  $S(-3, 1), A(0, 1)$     б)  $S(-3, 0), A(-3, 2)$     в)  $S(-3, 0), A(0, 2)$   
 г)  $S(-3, -3), A(2, 2)$     д)  $S(-3, 4), A(3, 2)$

18

Тачка  $O(4, 4)$ , је пресек дијагонала, а тачке  $A(-3, 7)$  и  $B(0, 2)$  јесу темена паралелограма  $ABCD$ . Одреди координате темена  $C$  и  $D$

19

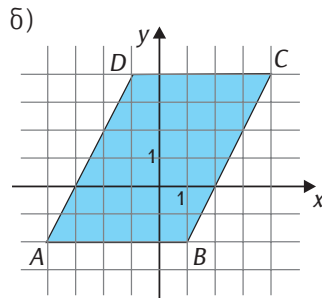
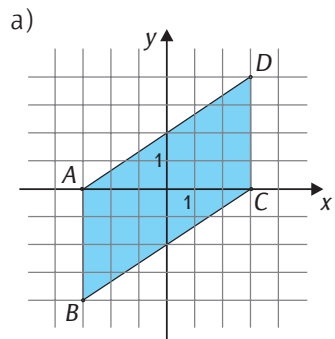
Изрчунај површину правоугаоника  $ABCD$  ако је  $A(-1, 1), B(3, 1), C(3, 4)$ .

20

Изрчунај површину троугла  $ABC$  ако је:

- а)  $A(-2, -2), B(2, -2), C(1, 3)$     б)  $A(2, 2), B(5, 2), C(-3, -1)$

21 Израчунај површину паралелограма  $ABCD$  ако је јединична дуж  $0,5$  см.



22 Израчунај површину трапеца у задатку 15.



Израчунај површину троугла  $ABC$  ако је  $A(-2, 3)$ ,  $B(4, 2)$  и  $C(1, -4)$ .

**Решење**

Дужине дужи у координатној равни изражене су у јединичним дужима. Јединица мере за површину у координатној равни је јединични квадрат, то јест квадрат странице 1.

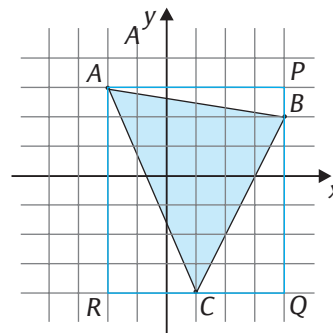
$$P_{APQR} = 7 \cdot 6 = 42$$

$$P_{APB} = \frac{1 \cdot 6}{2} = 3$$

$$P_{BQC} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$$

$$P_{CRA} = \frac{7 \cdot 3}{2} = 10,5$$

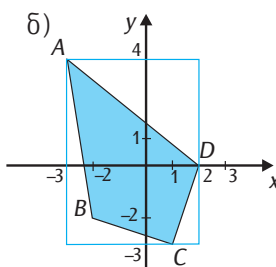
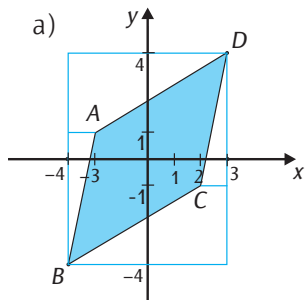
$$P_{ABC} = 42 - (3 + 9 + 10,5) = 42 - 22,5 = 19,5$$



На пример, дужина дужи  $AP$  је 6 јединичних дужи, површина правоугаоника  $APQR$  је 42 јединична квадрата.

23 Израчунај површину троугла  $ABC$  ако је:  
а)  $A(-2, -5)$ ,  $B(2, -2)$ ,  $C(1, 3)$     б)  $A(2, 4)$ ,  $B(5, 2)$ ,  $C(-3, 1)$

24 Израчунај површину четвороугла  $ABCD$  на слици.



- 25) Израчунај површине троуглова у задатку 14.
- 26) Израчунај површину петоугла  $ABCDE$  ако је  $A(-4, -2)$ ,  $B(1, -4)$ ,  $C(4, 0)$ ,  $D(0, 4)$ ,  $E(-1, 4)$ .
- 27) Дуж  $AB$  пресликај централном симетријом у односу на тачку  $S$  на дуж  $A_1B_1$ . Израчунај обим и површину четвороугла  $AB_1A_1B$  ако је  $A(-2, 3)$ ,  $B(1, 2)$  и  $S(0, -2)$

## Директно пропорционалне величине. Графички приказ директно пропорционалних величина

- 1) Да ли су величине  $x$  и  $y$  дате у табели директно пропорционалне? Објасни.

$x$	2, 4	2	0,6	1,6
$y$	12	10	3	0,8

- 2) Величине  $x$  и  $y$  су директно пропорционалне. Одреди коефицијент пропорционалности и попуни табелу.

$x$	$\frac{1}{3}$		3		6	
$y$	1	3		$\frac{1}{3}$		9

- 3) У табели је дат број фотокопија које се могу направити за одређено време на машини за фотокопирање.

број фотокопија	875	1 750	2 625	8 750
време (у минутима)	25	50	75	250

- а) Да ли су време и број фотокопија директно пропорционалне величине?  
б) Колико се фотокопија може направити за 1 000 минута?

4

Величине  $x$  и  $y$  директно су пропорционалне. Запиши формулом зависност величина  $x$  и  $y$  и нацртај график.

а)

$x$	-1	1	2
$y$	-4	4	8

б)

$x$	$\frac{1}{2}$	1	3
$y$	1	2	6

5

Нацртај график зависности величина  $x$  и  $y$  датих формулом:

а)  $y = 3x$

б)  $y = \frac{5}{2}x$

Прво направи табелу вредности за променљиве  $x$  и  $y$ . За цртање графика довољно је да изабере две вредности за  $x$  и да израчунаш одговарајуће вредности за  $y$ .

6

У једној кутији налази се 6 маркера који се користе за писање по белој табли.

$$\text{број маркера} = 6 \cdot \text{број кутија}$$

а) Направи табелу којом ћеш представити зависност броја маркера од броја кутија.

б) Запиши формулом ту зависност.

в) Нацртај одговарајући график.

7

Из резервоара запремине 750 l сваког минута истекне 25 l воде.

а) Колико воде истекне за 2, 5, 8, 11, 14 минута?

б) Да ли су време и количина воде у овом задатку директно пропорционалне величине?

в) Колико је времена потребно да истекне сва вода из резервоара?

8

За 4 минута при пуном гасу елиса на авиону направи 10 800 обртаја.

а) Колико обртаја при пуном гасу елиса направи за један минут?

б) Колико обртаја при пуном гасу елиса направи за 6,5 минута?

в) Ако је елиса при пуном гасу направила 21 600 обртаја, колико је минута радила?

## „Ласта” са клипноелисним мотором

Авион двосед *Ласта* направљен у нашој фабрици авиона *Ушва* опремљен је клипноелисним мотором који има максималан број обртаја 2 700 у минути, што авиону даје максималну брзину од 400 km/h.



## Директно и обрнуто пропорционалне величине

- 1 Величине  $x$  и  $y$  су директно пропорционалне. Одреди коефицијент пропорционалности и попуни табелу.

$x$	$\frac{5}{2}$	4		1		8
$y$	1		2		8	

- 2 Величине  $a$  и  $b$  обрнуто су пропорционалне. Одреди коефицијент пропорционалности и попуни табелу.

$x$		16	1		2
$y$	0,5	$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{2}$	2

- 3 Да ли су вредности за  $x$  и  $y$  дате у табели директно пропорционалне? Објасни.

$x$	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	15
$y$	12	1,2	3	36

- 4 Бојан вози бицикл просечном брзином од 10 километара на сат.

а) Колико километара Бојан пређе за 2 сата, 3 сата, 4 сата, 5 сати?

б) Да ли су пређени пут и време израчунати под а) директно пропорционалне величине?

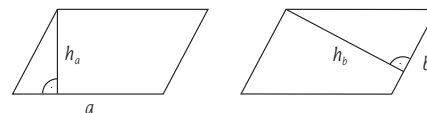
$$s = vt$$

- 5 Површина паралелограма је  $30 \text{ cm}^2$ .

а) Израчунај  $h_a$  и  $h_b$  ако је  $a = 6 \text{ cm}$  и  $b = 15 \text{ cm}$ .

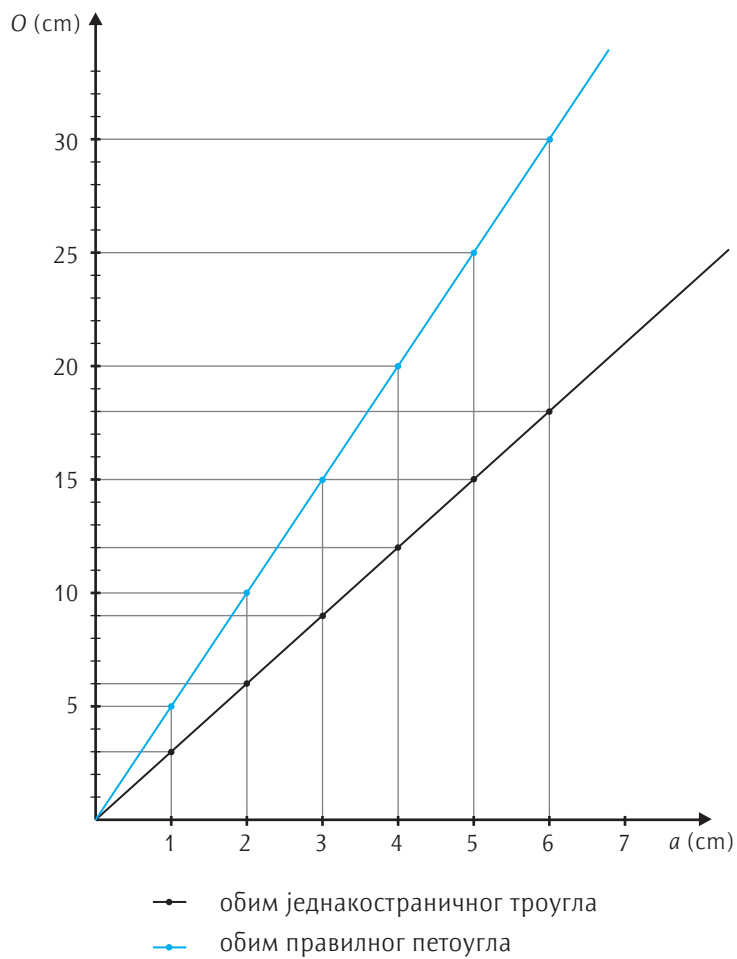
б) Да ли су дужине странице  $a$  и висине  $h_a$ , као и страница  $b$  и висине  $h_b$  датог паралелограма обрнуто пропорционалне величине? Објасни.

Крађој страници датог паралелограма одговара дужа висина, а дужој страници одговара крађа висина.



6

а) На основу графикана попуни табелу као што је започето.



б) Да ли су обим и дужина странице директно пропорционалне величине?

страница (cm)	обим једнакостраничног троугла (y cm)	обим правилног петоугла (y cm)
1	3	5

7

Површина правоугаоника је  $42 \text{ cm}^2$ .

а) Попуни табелу ако су  $a$  и  $b$  странице правоугаоника.

$a$	2		4		5
$b$		3		6	

б) Да ли су дужине страница датог правоугаоника обрнуто пропорционалне величине?

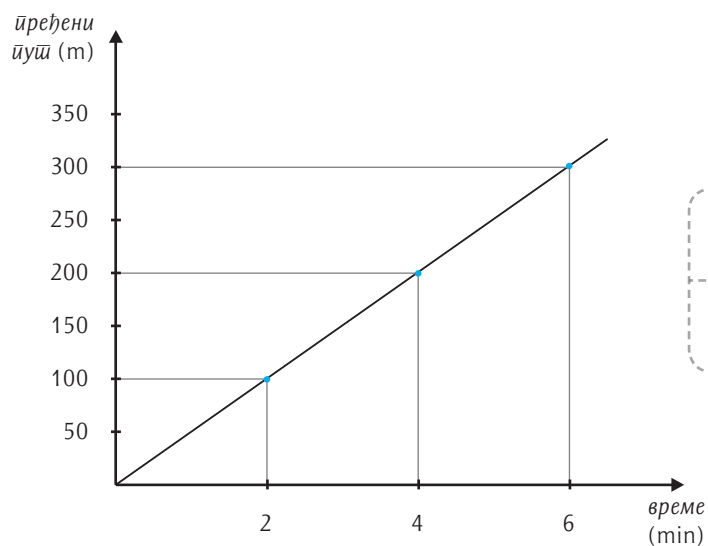
8

Да ли су величине  $x$  и  $y$  дате у табели директно или обрнуто пропорционалне? Објасни.

$a$	$\frac{3}{4}$	6	1,5	5
$b$	4	$\frac{1}{2}$	2	0,6

9

На графику је представљена зависност пређеног пута (израженог у метрима) од времена (израженог у минутима).



време (min)	0	2	4	6
пређени пут (m)				

а) Колики је пут пређен за 3 минута?

б) Колико је времена потребно да се пређе пут од 300 метара?

в) Попуни табелу.

г) Да ли су величине пређени пут и време директно пропорционалне? Објасни.

10 Мама је за 0,5 kg меса платила 235 динара. Који су одговори тачни?

- а) За 1 kg меса платила је 470 динара.
- б) За 2,8 kg меса платила је 658 динара.
- в) За 4 700 динара може се купити 10 kg меса.
- г) За 2 350 динара може се купити више од 5 kg меса.

11 Војинов ауто на 100 km потроши 6,5 l бензина.

- а) Колико литара бензина ће ауто потрошити на путу дужине 300 km?
- б) Колико литара бензина ће ауто потрошити на путу дужине 50 km?
- в) Колико литара бензина ће ауто потрошити на путу дужине 350 km?
- г) Колики пут може да пређе Војин са својим аутом ако је купио 26 l бензина?

## Пропорција

1 Од којих бројева можеш саставити пропорцију?

- а) 3,6; 9; 4; 10    б) 8; 0,8 80; 0,08    в)  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1, 4

2 Израчунај вредност непознатог члана пропорције.

- а)  $4,6 : 23 = 9,2 : x$     б)  $a : \frac{3}{5} = 45 : 9$     в)  $100 : y = 1 : 0,1$

3 Израчунај вредност непознатог члана пропорције.

- а)  $24 : (x + 2) = 6 : x$     б)  $x : (x - 5) = 4 : 1$     в)  $2 : x = 14 : (x + 1)$

4 Странице правоугаоника су у размери  $a : b = 6 : 9$ . Ако је  $a = 12$  cm, израчунај страницу  $b$  и површину правоугоника.

Страницу  $b$  рачунаш на основу пропорције  $12 : b = 6 : 9$

5 Дат је квадрат странице  $a = 4$  cm.

- а) Одреди површину другог квадрата тако да однос страница првог и другог квадрата буде  $2 : 3$ .
- б) Одреди површину трећег квадрата тако да однос страница другог и трећег квадрата буде  $2 : 1$ .

У делу задатка под а) страницу  $b$  траженог квадрата рачунаш на основу пропорције  $4 : b = 2 : 1$ .



6

Кувар Миле прави проју тако што помеша кукурузно и пшенично брашно у односу 5 : 2, па дода остале састојке. Колико му је потребно пшеничног брашна ако има 500 g кукурузног брашна?



Растојање на карти између Београда и Новог Сада износи 30 cm. Колико је растојање у природи између тих градова ако је карта рађена у размери 1 : 250 000.

#### Решење

Означимо са  $x$  тражено растојање.

Размера 1 : 250 000 значи да 1 cm на карти одговара 250 000 cm у природи, па растојању од 30 cm на карти одговара  $x$  cm у природи.

На основу података саставимо пропорцију.

$$1 : 250\,000 = 30 : x$$

$$x = 30 \cdot 250\,000$$

$$x = 7\,500\,000\text{ cm} = 75\text{ km}$$



7

На карти размере 1 : 50 000 растојање између два места износи 9 cm. Колико је то растојање у природи?

8

Београд је од Париза удаљен 1 445 km. Колико је растојање између ова два града на карти ако је она рађена у размери 1 : 1 000 000?

9

Модел према којем је израђена купола катедрале *Санџа Марија дел Фиоре* рађен је у размери 1 : 12. Ако је пречник модела 3,5 m, колики је пречник куполе?

## Катедрала у Фиренци

Катедрала *Санџа Марија дел Фиоре* налази се у италијанском граду Фиренци и једна је од најлепших грађевина подигнутих у Европи од XIII до XV века. Изградња је трајала више од 150 година јер су Фирентинци желели катедралу с највећом куполом. Грађани Фиренце расписали су јавни конкурс на којем је победио Филипо Брунелески, фирентински златар, скулптор и архитекта надмашивши многе познате ренесансне уметнике. Брунелескијава генијалност огледала се у томе што за конструкцију куполе, зидану од опеке, нису биле потребне дрвене потпоре – она је сама себе подупирала.





Петар и Вера треба да поделе цепарац од 2 400 динара у односу 7 : 5. Колико динара треба да добије Петар, а колико Вера?

### Решење

Обележимо са П део суме који треба да добије Петар, а са В део суме који треба да добије Вера.

$$\begin{aligned} \text{П} + \text{В} &= 2400 && \leftarrow \text{збир суме је } 2400 \\ \text{П} : \text{В} &= 7 : 5 && \leftarrow \text{однос њихових суме је } 7 : 5 \\ \text{П} : 7 &= \text{В} : 5 && \leftarrow \text{унутрашњи чланови у пропорцији} \\ &&& \text{могу заменити места} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{П}}{7} = k, \frac{\text{В}}{5} = k$$

$$\text{П} = 7k, \text{В} = 5k$$

$$\text{П} + \text{В} = 12k$$

Закључујемо да је:

$$12k = 2400$$

$$k = 200$$

Петар добија:  $7 \cdot k = 7 \cdot 200 = 1\,400$  динара. Вера добија:  $5 \cdot k = 5 \cdot 200 = 1\,000$  динара.

Ако суму од 2 400 динара треба поделити у размери 7 : 5, то значи да 2 400 динара треба поделити на 12 једнаких делова, од чега Петар добија 7 тих делова, а Вера 5.

10 У бокалу запремине 1,5 l направљен је сок од воде и сирупа у односу 3 : 2. Колико је децилитара воде и колико децилитара сирупа потребно да би се направио сок?

11 У једној школи однос дечака и девојчица је 4 : 5.

а) Колика је размера броја дечака и укупног броја ученика?

б) Колика је размера броја девојчица и укупног броја ученика?

в) Ако у школи има 450 дечака, колико има девојчица?

12 Оштри углови у правоуглом троуглу односе се као 7 : 2. Израчунај мере тих углова.

Збир оштрих углова у правоуглом троуглу је  $90^\circ$ .

13 Обим једнакокраког троугла је 39 см. Ако је однос крака према основици 5 : 3, израчунај дужине основице и крака.

$$O = 2a + b$$

14 Бронза је легура бакра и калаја у размери 4 : 1. Колико килограма је тешка статуа коњаника одливеденог од ове легуре ако је у њој 120 kg калаја.

## Бронза

Бронза је најстарија легура, направљена још у преисторији. Добијена је стапањем бакра и калаја који су у чистом облику налажени у природи. Предност легуре јесте у томе што се оне лакше топе и обрађују од основних метала, а имају већу чврстоћу и постојаност од њих.

## Примена директне и обрнуте пропорционалности

1

Величине  $x$  и  $y$  дате у табели директно су пропорционалне. Одреди коефицијент пропорционалности и попуни табелу као што је започето.

а)

$x$		3	24	6
$y$	12	18		

б)

$x$		3	7	
$y$	1		3,5	$\frac{1}{2}$

2

а) Величине  $x$  и  $y$  обрнуто су пропорционалне. Попуни табелу.

б) Колики је коефицијент пропорционалности?

$x$	18	36		
$y$		5	4	36

3

Величине  $a$  и  $b$  обрнуто су пропорционалне. Коефицијент пропорционалности је 6. Попуни табелу.

$a$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{4}$		
$b$			1	$\frac{3}{2}$

4

Да ли су величине  $x$  и  $y$  дате у табели директно или обрнуто пропорционалне? Објасни.

Попуни табелу.

$x$	$1\frac{1}{2}$	1,2	0,5	5
$y$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	2	0,2

5

Бака Марина прави џем од кајсија тако што на 800 g кајсија потроши 200 g шећера.

а) Колико јој је шећера потребно за 5 kg кајсија?

б) Колико јој је кајсија потребно ако је купила 8 kg шећера?

Количине кајсија и шећера јесу директно пропорционалне величине. За више кајсија потребно је више шећера.

6 Ана претрчи 60 m за 12 секунди. За колико ће секунди претрчати 100 m ако буде трчала истом брзином?

За дужу стазу потребно је више времена.

7 Игор за 20 минута прочита 5 страна књиге. Колико му је потребно времена да прочита књигу која има 300 страна?

Можеш да рачунаш и овако:  
5 страна  $\rightarrow$  20 минута  
1 страна  $\rightarrow$   $20 : 5 = 4$  минута  
300 страна  $\rightarrow$   $300 \cdot 4$  минута

8 Паковање од 1,5 kg медањака кошта 360 динара. Колико кошта паковање од 850 g

9 Неки травњак 5 косача покоси за 9 сати. Колико је косача поребно да се исти травњак покоси за 15 сати?

Мање косача покоси исти травњак за више сати. Број косача и број сати јесу обрнуто пропорционалне величине.

10 Ђорђе је намеравао да купи 50 џакова по 60 kg семенског кукуруза. У продавници су имали само џакове од 75 kg. Колико је џакова од 75 kg потребно Ђорђу да би купио количину семенског кукуруза која му је потребна?

11 У току године у једном предузећу обави се просечно 28 028 телефонских разговора. Колко се просечно разговора обави у том предузећу за две недеље?

12 За 600 g сувих кајсија потребно је 1,35 kg свежих. Колико је свежих кајсија потребно за 1 kg сувих кајсија?

13 Од једног стабла ораха може се добити 18 дасака дебљине 3,5 cm. Колико се дасака дебљине 3 cm може добити од истог стабла?

14 Од 45 m<sup>2</sup> картона направи се 75 кутија. Колико се кутија може направити од 36 m<sup>2</sup> картона?

15 Центрифуга веш-машине направи 900 окретаја у минути.

а) Колико окретаја направи за 20 секунди?

б) Колико окретаја направи за  $\frac{1}{15}$  сата?

16 Милкин пас просечно за 8 дана поједе паковање хране од 2 kg. Колико хране просечно поједе Милкин пас за 3 дана?

# Примена пропорција у процентном рачуну

1

Попуни табелу.

разломак	$\frac{1}{2}$		
децимални број		0,45	
процент			17%

Научили смо да се процентом изражава део од 100, то јест процентни запис броја  $\frac{1}{100}$  је 1%.

2

Израчунај.

- а) 4% од 400  
 б) 14% од 56 000  
 в) 95% од 5 00 г) 2,6% од 1 000.

Израчунати 5% од броја 1 200 значи израчунати вредност производа:

$$5\% \cdot 1\,200 = \frac{5}{100} \cdot 1\,200$$



Црна чоколада садржи 80% какаоа.  
 Колико грама какаоа има у паковању од 90 г црне чоколаде?

**Решење**

*Први начин*

Рачунамо вредност производа:

$$80\% \cdot 90 = \frac{80}{100} \cdot 90 = 72$$

У чоколади од 90 г има 72 г какаоа.

*Други начин*

У решавању оваквих и сличних задатака можеш користити пропорцију.

грами	проценти
90	100
x	80

$$90 : x = 100 : 80$$

$$100 x = 7200$$

$$x = 72$$

У чоколади од 90 г има 72 г какаоа.

*Грама и проценти су директно пропорционалне величине*

3

Приликом млевења пшенице око 25% отпада на мекиње.  
 Колико се килограма мекиња добија од 720 kg пшенице?

4

На кесици пржених кромпирића налази се табела о хранљивој вредности производа.

хранљива вредност у 100 gr	
протеини	5,3 gr
угљени хидрати	53,5 gr
масти	35,2 gr
енергетска вредност	548 kcal

- а) Колико грама масти има у 150 g пржених кромпирића?  
 б) Колико ћемо калорија унети у организам ако поједемо 44 g кромпирића?  
 в) Изрази резултат под б) у џулима.

У међународном систему мера (SI) мерна јединица за енергију је џул.  
 $1 \text{ kcal} = 4,1858 \text{ kJ}$

5

Косилица за траву користи мешавину бензина и уља. У резервоар косилице може се сипати  $\frac{1}{2}$  l мешавине бензина која садржи 2,5% уља.

- а) Колико милилитара уља садржи та мешавина?  
 б) Колико децилитара бензина садржи та мешавина?

$1 \text{ l} = 1\,000 \text{ ml}$   
 $1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$

6

У једном одељењу 30% ученика завршило је годину са одличним успехом, 50% са врло добрим, а 6 ученика имало је добар успех. Довољних и недовољних ученика није било.

- а) Колико је ученика у овом одељењу?  
 б) Колико је ученика са одличним успехом?

Добар успех имало је 20% ученика.

7

У току једне пословне године предузеће је остварило 18% прихода од продаје услуга, 70% од продаје производа и 12% од других послова. Ако приход од других послова износи 1 200 000 динара, израчунај приход од:

- а) продаје услуга  
 б) продаје производа.

## Килокалорије

Непоходан унос килокалорија у организам зависи од узраста, пола и, наравно, нивоа физичке активности појединца. Да би се девојчице нормално развијале и расли у периоду адолесценције неопходно је да у просеку дневно унесу просечно 2 100 kcal, док је дечацима потребно 2 400 kcal дневно.



8

Цена аутомобила без пореза износи 12 999 евра.

- а) Колика је цена у еврима с порезом од 18%?  
 б) Ако је на дан плаћања средњи курс евра био 105,2 динара, колика је вредност тог аутомобила у динарима?

*Први начин*

$$а) 12\,999 + 18\% \cdot 12\,999$$

*Други начин*

Означимо са  $x$  цену са порезом у еврима

динари	проценти
12 999	100
$x$	118

Можеш користити дигитрон.

9

Патике коштају 7 340 динара. Влада је на пролећној распродаји купио патике по цени нижој за 20%. Колико је Влада платио патике?

*Први начин*

$$7\,340 - 20\% \cdot 7\,340$$

*Други начин*

динари	проценти
7 340	100
$x$	80

10

Цена ципела смањена је са 7 800 на 6 396 динара. Колико то снижење износи у процентима?

11

На пријемном испиту Никола је од 17 задатака тачно урадио 15. Колики је проценат тачно урађених задатака?

12

Прошле школске године у први разред гимназије уписано је 180 ученика. Ове године уписано је 20% више. Колико је сада ученика уписаних у први разред?

13

У продавници је у току једне недеље због лошег времена продаја кишобрана порасла у односу на претходну недељу за 24%, што износи 30 комада.

- а) Израчунај колико је кишобрана продато претходне недеље, а колико током те недеље.  
 б) Израчунај колико ће се кишобрана продати наредне недеље ако продаја опадне за 10% у односу на ту недељу.

14

Цена килограма соли је 65 динара. Со је прво поскупела за 10%, а онда је појефтинила за 10%. Колико износи цена килограма соли после појефтињења?

*Први корак*

Прво израчунај цену после поскупљења од 10%.

*Други корак*

Израчунај снижење од 10% на цену коју си добио у првом кораку.

- 15) Цена неког производа је 4 500 динара. После појефтињења од 12% дошло је до поскупљења од 5%. Колика је цена производа после тих промена?
- 16) Од 120 ученика шестог разреда 80% бави се спортом, а од њих 50% тренира фудбал. Колико ученика шестог разреда тренира фудбал?
- 17) На сајму књига Јанко је књигу, с попустом од 15%, платио 676 динара. Колика је књига коштала пре појефтињења?

Нека је  $x$  цена књиге пре појефтињења. Како је попуст 15%, то значи да 85% од почетне цене књиге износи 676 динара.

Први начин  
 $85\% \cdot x = 676$

Други начин

динари	проценти
676	85
$x$	100

- 18) Нада је извесну суму новца ставила на штедњу. После годину дана Нада је, уз добијену камату од 5%, на свом рачуну имала 56 700 динара. Колика је сума коју је Нада дала на штедњу?

## Примена пропорција

- 1) Од којих бројева можеш саставити пропорцију?  
 а) 15, 35, 9, 21    б) 0,25; 0,45; 0,6; 0,96    в)  $3\frac{5}{7}$ ;  $3\frac{3}{11}$ ;  $6\frac{1}{9}$ ;  $5\frac{5}{13}$
- 2) Израчунај вредност непознатог члана пропорције.  
 а)  $12 : 16 = 3 : x$     б)  $99 : 72 = 4x : 32$     в)  $\frac{3}{10}x : \frac{8}{15} = 9\frac{3}{4} : 17\frac{1}{3}$
- 3) Маја тесто за колаче прави тако што стави 4 јајета, 80 г шећера и 100 г брашна. Колико је шећера и брашна Маји потребно ако жели да направи тесто од 6 јаја?
- 4) Полупречници кругова су у размери 3 : 4. Ако је полупречник мањег круга 6 см, израчунај обим и површину већег круга.



- 5 У зеленој зони цене киловат-сата (kWh) по нижој и вишој тарифи односе се као 1 : 4. Уколико је цена киловат-сата по нижој тарифи 1,04 динара, колико ћемо платити ако потрошимо 238 kWh по вишој тарифи и 112 kWh по нижој тарифи?
- 6 Подели број 324 на два дела који се односе као 4 : 5.
- 7 Један унутрашњи угао троугла је  $63^\circ$ , а друга два угла односе се као 4 : 5. Израчунај углове троугла.
- 8 Подели број 700 на два дела који се односе као  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$



На пример, из пропорције:

$$a : b = 2 : 3$$

закључујемо да су величине  $a$  и  $b$  пропорционалне бројевима 2 и 3, што записујемо:

$$a = 2k \quad b = 3k$$

Слично томе, за три величине или више њих можемо формирати продужену пропорцију.

На пример, запис:

$$a : b : c = 5 : 7 : 9$$

јесте продужена пропорција. На основу продужене пропорције закључујемо да су величине  $a$ ,  $b$  и  $c$ , редом, пропорционалне бојевима 5, 7 и 9, односно да је:

$$a = 5k \quad b = 7k \quad c = 9k$$

## Потрошња електричне енергије у домаћинству

Домаћинства плаћају рачун за електричну енергију на основу утрошених киловат-сати.

Утрошени киловат-сати, без обзира на врсту бројила, распоређени су по зонама на следећи начин:

зелена до 350 kWh,

плава од 351 до 1600 kWh

и црвена од 1601 kWh.

У свакој зони постоје две тарифе – виша је од 8 h до 24 h, а нижа од 24 h до 8h.

Број бројила	Датум очитивања	Претходно ВТ	Ново ВТ	
8189049	13.07.2010.	81844	82371	
ТАРИФНИ СТАВ		Потрошено kWh	Цена (дин/kWh)	Износ (динара)
Зелена	Виша тарифа (ВТ)	295	4,416	1.302,72
	Нижа тарифа (НТ)	78	1,104	86,11
	ЈТ/ДУТ			
Плава	Виша тарифа (ВТ)	232	6,624	1.536,77
	Нижа тарифа (НТ)	61	1,656	101,02
	ЈТ/ДУТ			
Црвена	Виша тарифа (ВТ)			
	Нижа тарифа (НТ)			
	ЈТ/ДУТ			
УКУПНО ЕНЕРГИЈА		666		3.026,62



Подели 3 660 динара на три особе тако да суме које ће оне добити буду у односу 1 : 2 : 3.

#### Решење

Обележимо са  $a$  део суме који ће добити прва особа, са  $b$  део суме који ће добити друга особа, а са  $c$  део суме који ће добити трећа особа.

$$a + b + c = 3660 \quad \leftarrow \text{збир њихових сума износи 3600 динара}$$

$$a : b : c = 1 : 2 : 3 \quad \leftarrow \text{однос њихових сума је 1 : 2 : 3}$$

$$a = k, \quad b = 3k, \quad c = 4k$$

$$k + 2k + 3k = 3\,660$$

$$6k = 3\,660$$

$$k = 610$$

$$a = 610 \text{ динара}, \quad b = 1\,220 \text{ динара}, \quad c = 1\,830 \text{ динара}$$

Суму од 3 600 динара поделили смо на 6 једнаких делова. Прва особа је добила један такав део, друга особа два таква дела, а трећа три.

9

Метални новчић од два аустралијска долара направљен је од легуре бакра, цинка и никла у размери 46 : 3 : 1. Ако је један такав новчић тежак 10 грама, колико килограма бакра, цинка и никла има у 10 000 новчића?

10

Израчунај унутрашње углове троугла ако се они односе као 2 : 3 : 4.



Катете правоуглог троугла односе се као 3 : 4. Ако је дужина хипотенузе 90 cm, израчунај обим и површину троугла.

#### Решење

Нека су  $a$  и  $b$  катете правоуглог троугла.

$$a : b = 3 : 4$$

$$a = 3k, \quad b = 4k$$

Да бисмо израчунали обим правоуглог троугла, неопходно је да применимо

Питагорину теорему.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(3k)^2 + (4k)^2 = (90 \text{ cm})^2$$

$$9k^2 + 16k^2 = 8100 \text{ cm}^2$$

$$25k^2 = 8100 \text{ cm}^2$$

$$k^2 = 324 \text{ cm}^2$$

$$k = 18 \text{ cm}$$

$$a = 54 \text{ cm}, \quad b = 72 \text{ cm}$$

$$O = 54 \text{ cm} + 72 \text{ cm} + 90 \text{ cm} = 216 \text{ cm}$$

$$P = \frac{54 \text{ cm} + 72 \text{ cm}}{2} = 1\,944 \text{ cm}^2$$

11

Однос једне катете и хипотенузе правоуглог троугла је 3 : 5. Ако је друга катета дужине 12 cm, израчунај обим троугла.

12

Странице правоугаоника односе се као 7 : 5, а његов обим је 48 cm. Израчунај површину правоугаоника.

13 Алекса пут од 240 km аутомобилом пређе за 3 сата.

- а) Колико ће километара Алекса прећи за 4,5 сата ако се креће истом брзином?  
б) Колико му је сати потребно да пређе 180 km ако се креће истом брзином?

1 h = 60 min

14 Целокупну количину песка са једног стоваришта може да развезе 16 камиона носивости 5 t. Колико је камиона носивости 8 t потребно да се развезе иста количина песка?

15 Цена паковања од 2,5 kg лука износи 112,5 динара. Колико кошта паковање од 500 g лука?

16 Путнички воз пређе раздаљину између два града за 1,5 h возећи просечном брзином од  $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

- а) Колико би времена требало возу да пређе ту раздаљину ако се креће просечном брзином од  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?  
б) Колика је просечна брзина воза који ту раздаљину може да пређе за 1,2 сата?

17 Рачун Инфостана за месец јули износи 2 870 динара. Уплатом до 15. 7. остварује се попуст од 5%. Колико износи рачун у динарима?

18 За колико ће сати пешак прећи 7 km ако за 24 минута пређе 2 km?

19 За један дан 25 радника просечно набере 500 kg вишања.

- а) Колико вишања набере 15 радника за један дан?  
б) Колико је радника потребно да би се у једном дану набрало просечно 800 kg вишања?  
в) Колико килограма вишања просечно набере 25 радника за пет радних дана?

20 Канал за водоводне цеви ископа 6 радника за 8 сати. Колико је радника је потребно да би се тај исти канал ископао за 6 сати?

21 У фабрици безалкохолних пића једном врстом сока напуњено је 600 боца од 1,5 l. Колико би се флаша запремине 2l напунило тим соком?

22 После снижења од 210 динара панталоне се продају за 3 290 динара. Колико је снижење у процентима?.

Прво израчунај  
цену пре снижења

- 23 Продајна цена патика је 6 420 динара.  
Ако је трговачка маржа 7%, колика је набавна цена патика?

$$\begin{array}{r} \text{набавна цена} \\ + \text{трговачка маржа} \\ \hline = \text{продајна цена} \end{array}$$

- 24 Цена наочара за сунце износи 2 500 динара. После летње сезоне, цена тих наочара прво је снижена за 40%, а онда за 10%. Колика је цена наочара после оба снижења?

- 25 Када је Саша прешао 150 m пута од куће до продавнице, остало му је да пређе још 60% пута. Колико је продавница удаљена од Сашине куће?

- 26 Растојање између Париза и Њујорка Чарлс Линдберг је 1927. године први успео да прелети авионом за 33,5 сати, летећи просечном брзином од  $167 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

а) Типични путнички авиони, као што је *боинг 747*, данас прелећу ову релацију просечно за 7,5 сати. Којом просечном брзином данас лете путнички авиони?

б) Најбржи путнички авион *конкорд* на овој релацији летео је просечном брзином од  $1526 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колико је сати просечно трајао његов лет на тој релацији?



### Пробај и ово

- 27 Странице правоугаоника су  $a = 20$  cm и  $b = 12$  cm.  
За колико ће се процената повећати његова површина ако се страница  $a$  повећа за 20%, а страница  $b$  смањи за 10%?

*Први корак*

Израчунај  $a_1 = a + 20\%a$   
и  $b_1 = b - 10\%b$ .

*Други корак*

Израчунај  $P_1 = a_1 \cdot b_1$ .

*Трећи корак*

Разлику површина  $P_1 - P$   
изрази процентом у односу на површину  $P$ .

- 28 Свеже грожђе садржи 80% воде, а суво 18% воде. Колико килограма свежег грожђа треба за 16 кг сувог грожђа?

- 29 Руда садржи 60% примеса. После прераде метал садржи 6% примеса. Колико се метала добија из 42 тоне ове руде?