

## Еквивалентност система

Два система су еквивалентна ако је решење једног, истовремено и решење другог и обрнуто.

Осим својстава еквивалентности једначина (замена израза њему идентички једнаким, додавање једнаких израза обема странама једначине, множење обе стране једнакости истим изразом различитим од нуле), два система су еквивалентна и ако једну од једначина система заменимо једначином коју добијамо сабирањем обе једначине система. Ово својство се често користи, поготово код једне од метода решавања.

### Пример 1:

Дати систем довести до еквивалентног најједноставнијег облика:

$$\begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ \underline{y = x + 2} \\ \Leftrightarrow 2x - (x + 2) = 1 \\ \underline{y = x + 2} \\ \Leftrightarrow 2x - x - 2 = 1 \\ \underline{y = x + 2} \\ \Leftrightarrow x - 2 = 1 \\ \underline{y = x + 2} \\ \Leftrightarrow x = 1 + 2 \\ \underline{y = x + 2} \\ \Leftrightarrow x = 3 \\ \underline{y = x + 2} \\ \Leftrightarrow x = 3 \\ \underline{y = 3 + 2} \\ \Leftrightarrow x = 3 \\ \underline{y = 5} \end{array}$$

Овде можемо у првој једначини непознату  $y$  заменити једнаким изразом, а то је десна страна друге једначине.

Другу једначину система препишемо јер је потребно да у сваком „кораку“ имамо систем, тј. две једначине.

Унутар једне једначине можемо радити све трансформације, као и кад није у склопу система.

Види се да смо на овај начин одредили вредност непознате  $x$ . Сад ту вредност заменимо у другој једначини система, и на тај начин долазимо до решења система а то је  $(x, y) = (3, 5)$

**Провера:**  $2 \cdot 3 - 5 = 1 \Rightarrow 6 - 5 = 1, \text{ T}$

$5 = 3 + 2 \Rightarrow 5 = 5, \text{ T}$

## Еквивалентност система

### Пример 2:

Дати систем довести до еквивалентног најједноставнијег облика:

$$\begin{array}{l} 4x - 2y = -5 \\ 3x + 2y = -2 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4x - 2y = -5 \\ 3x + 2y = -2 \end{array}} \right\} +$$
$$\Leftrightarrow 4x - 2y + 3x + 2y = -5 - 2$$
$$\quad \underline{3x + 2y = -2}$$
$$\Leftrightarrow 7x = -7$$
$$\quad \underline{3x + 2y = -2}$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$
$$\quad \underline{3x + 2y = -2}$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$
$$\quad \underline{3 \cdot (-1) + 2y = -2}$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$
$$\quad \underline{-3 + 2y = -2}$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$
$$\quad \underline{2y = -2 + 3}$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$
$$\quad \underline{y = \frac{1}{2}}$$

Овде ћемо сабрати обе једначине и на тај начин добити једну једначину еквивалентног система. Другу једначину система препишемо јер је потребно да у сваком „кораку“ имамо систем, тј. две једначине.

Будући да у оквиру једне једначине можемо радити све трансформације, као и кад није у склопу система, онда је очигледно зашто смо овде користили својство еквивалентности о сабирању једначина система.

Користили смо га јер се на тај начин, једна једначина претвара у једначину са једном непознатом (због супротних коефицијената уз другу, па сабирањем постаје нула тј.

$$-2y + 2y = 0$$

Лако одредимо вредност непознате  $x$ . Сад ту вредност заменимо у другој једначини система, и на тај начин долазимо до решења система а то је  $(x, y) = (-1, \frac{1}{2})$

### Провера:

$$4 \cdot (-1) - 2 \cdot \frac{1}{2} = -5 \Rightarrow -4 - 1 = -5, \text{ Т}$$

$$3 \cdot (-1) + 2 \cdot \frac{1}{2} = -2 \Rightarrow -3 + 1 = -2, \text{ Т}$$

Ово су само два примера да лакше разумете еквивалентност, односно, шта смомо радити да бисмо неки систем решили. Наравно, не могу два примера обухватити све што ће се радити, тиме ћемо се свакако бавити од наредног часа када будемо решавали системе.

За вежбу имате два задацића на следећој страни!



## Еквивалентност система

1. Дати систем довести до еквивалентног најједноставнијег облика:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 3x - 2y = 14 \\ & \underline{x = 5 + y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & 3x - 2y = 13 \\ & \underline{y = 4 - 2x} \end{aligned}$$

2. Дати систем довести до еквивалентног најједноставнијег облика:

$$\begin{aligned} \text{а) } & x + y = 6 \\ & \underline{x - y = 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & 14x - 2y = -24 \\ & \underline{11x + 2y = -1} \end{aligned}$$

Ево за крај једна „корисна“ сличица. Пример система који нема решења.



Пример: Реши систем методом замене.

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 5 \\ \underline{2x + y} &= 1 \\ 4x + 2y &= 5 \\ \underline{y} &= -2x + 1 \\ 4x + 2(-2x + 1) &= 5 \\ \underline{y} &= -2x + 1 \\ 4x - 4x + 2 &= 5 \\ \underline{y} &= -2x + 1 \\ 0 \cdot x + 2 &= 5 \\ y &= -2x + 1 \end{aligned}$$

Једначина  $0 \cdot x + 2 = 5$   
нема решење, па га  
нема ни дати  
систем.

**Закључак:** Систем еквивалентан систему  
чија бар једна једначина нема решење  
такође нема решење.

