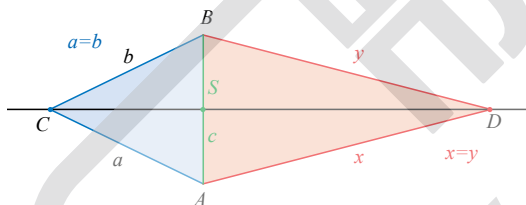


6.7. Делтоид

- 97. 1) Нека једнакокраки троуглови ABC и ADB имају заједничку основицу AB (сл. 59). Такав четвороугао, састављен од једнакокраких троуглова, који има два пара једнаких суседних страница ($a = b$ и $x = y$) назива се *делтоид*.*

Делтоид је четвороугао који има два пара једнаких суседних страница.



Сл. 59



Сл. 60

Приметио си да је $\triangle CAD \cong \triangle DBC$ (ССС). Следи да је $\angle A = \angle B$ и да је дијагонала CD симетрала углова C и D . Такође, следи да је $CD \perp AB$ и CD полови дијагонала AB .

Овим разматрањем смо утврдили особине *делтоида*.

* Деца често праве од харџије „змаја“ који има облик *делтоида* и привезан канајом лебди у ваздуху.

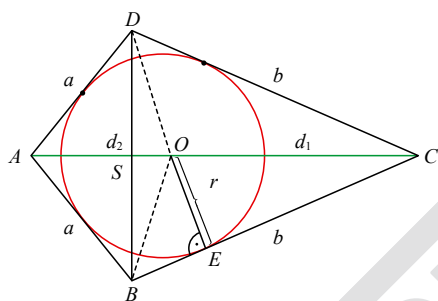


Тврђење 1 Дијагонала, чији су крајеви темена једнаких страница делтоида, његова је оса симетрије. Она полови другу дијагоналу и нормална је на њу.

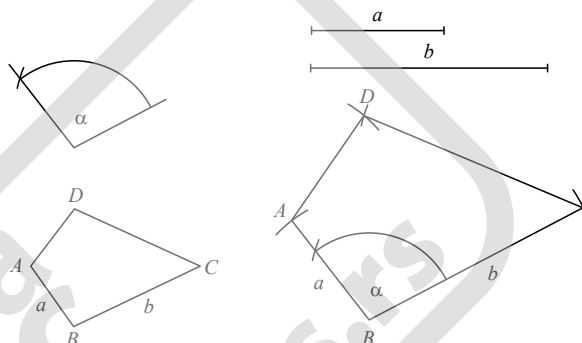
Тврђење 2 Углови делтоида наспрам осе симетрије су једнаки.

Тврђење 3 Симетрале једнаких углова се секу у једној тачки на осе симетрије, а то значи да постоји само једна уписана кружница делтоида ($r = OE$). На слици 61 уочи и наброј нека својства делтоида.

- **98.** 1) Конструисати делтоид ако су познате неједнаке странице a и b и угао које оне образују. Анализа и конструкција задатка су приказани на слици 61 и 62.

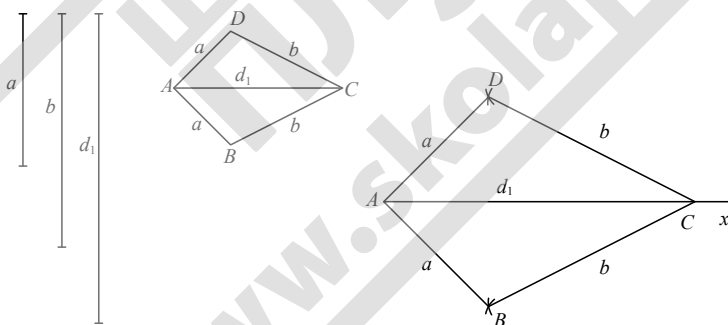


Сл. 61



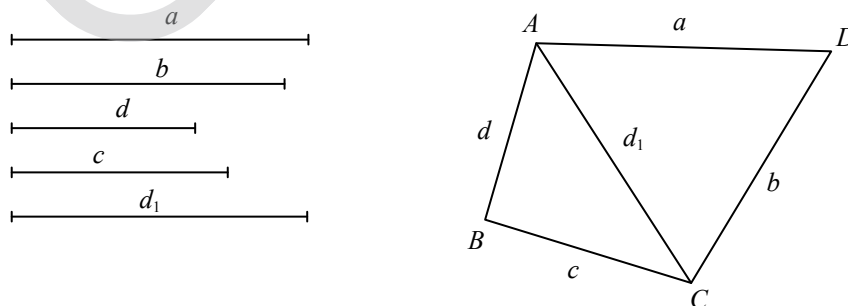
Сл. 62

- 2) Конструисати делтоид ако је дата дијагонала симетрала (оса симетрије) и неједнаке странице. Конструкција је приказана на слици 63.



Сл. 63

- 3) Конструисати четвороугао ако су познате све његове странице (a, b, c и d) и једна дијагонала d_1 (види слику 64).



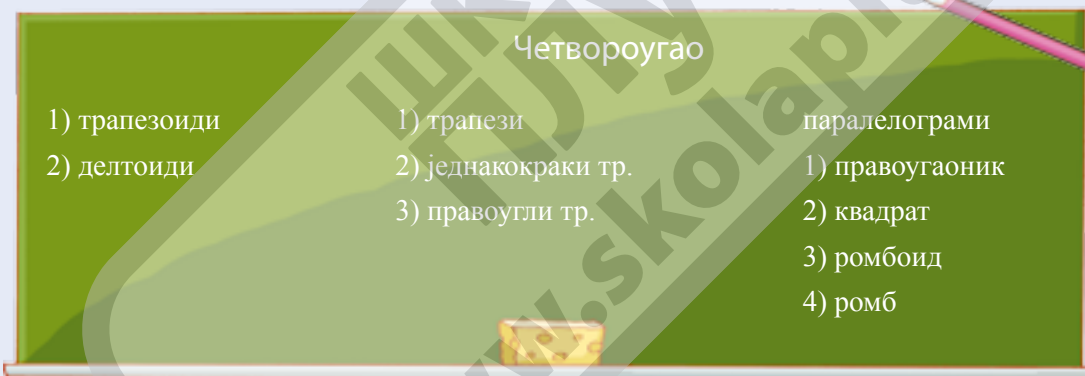
Сл. 64

За конструкцију било које четвороугла треба конструисати два троугла ($\triangle ABC$ и $\triangle ACD$). За сваки од њих су потребна четири независна елемента – укупно шест елемената. Међутим, једна страница (AC) је заједничка, па је за конструкцију четвороугла потребно и довољно пет независних елемената.

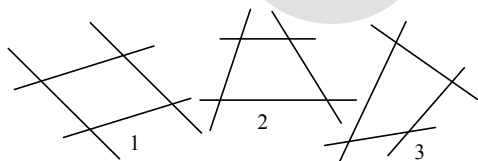
Анализирај и одреди неопходан број елемената за конструкцију познатих четвороуглова (трапеца, паралелограма).

4) Конструирај четвороугао ако су познате све његове странице и један угао.

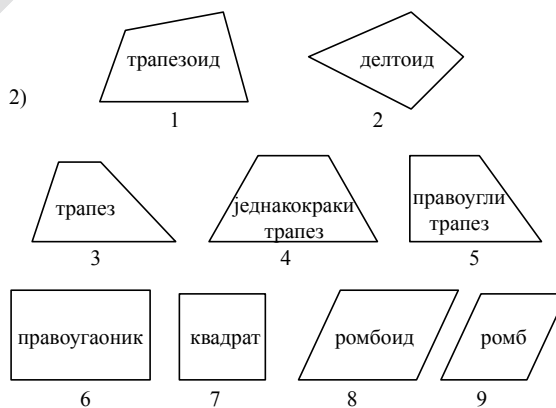
99. Углови између једнаких страница делтоида су 65° и 105° . Колики су остали углови?
100. Збир једнаких углова делтоида износи 210° . Израчунај углове делтоида ако се зна да је један од неједнаких углова за 34° мањи од једног једнаког угла.
101. Конструирај делтоид ако су познате странице $a = 5 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$ и дијагонала у чијим се крајевима састају једнаке странице $d_1 = 6 \text{ cm}$. Упиши кружницу у тај делтоид.
102. Конструирај делтоид $ABCD$ ($AB = AD$), ако је познато:
- 1) $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$ и $\angle B = 105^\circ$;
 - 2) $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ и $\angle A = 60^\circ$.
103. Конструирај четвороугао $ABCD$ ако је познато:
- 1) $AB = 2 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$, $CD = 4 \text{ cm}$, $AD = 5 \text{ cm}$ и $\angle B = 75^\circ$;
 - 2) $AB = 2 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$, $\angle A = 120^\circ$ и $\angle C = 60^\circ$.
104. Шематски приказ свих четвороуглова и њихова подела



1)



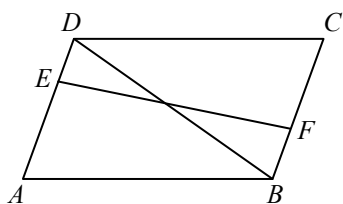
2)



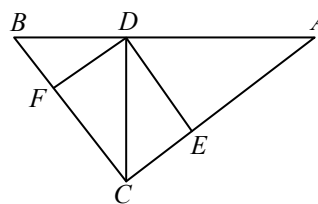
Сл. 65

Задаци за обнављање и вежбу

- 105.** Који четвороуглови имају једнаке, а који нормалне дијагонале? Наведи неке.
- 106.** Који четвороуглови су: а) осно-симетрични; б) централно-симетрични?
- 107.** Може ли краћа дијагонала делтоида бити оса симетрије? Како се одређује центар уписане кружнице у делтоиду?
- 108.** Око којег делтоида се може описати кружница? Колики морају бити мерни бројеви једнаких углова тог делтоида?
- 109.** У једнакокраком правоуглом троуглу уписан је квадрат, који са троуглом има заједничко теме. Израчунај обим квадрата ако је дужина катете троугла 6 cm.
- 110.** Правоугли траpez $ABCD$ подељен је дијагоном AC на два троугла, од којих је ABC једнакостраничан и ACD правоугли. Колика је средња линија трапеза ако је већа основица 8 cm?
- 111.** Нацртај паралелограм $ABCD$ и одреди средишта страница AB и CD (нека су то тачке E и F). Спој та средишта са теменима B и D и покажи да је дијагонала AC овим дужима подељена на три једнака дела.
- 112.** У четвороуглу $ABCD$ дати су унутрашњи углови: $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 85^\circ$, $\angle C = 95^\circ$, $\angle D = 115^\circ$. Покажи да је четвороугао траpez.
- 113.** Један од углова паралелограма је три пута већи од другог. Висина повучена од темена тупог угла дели наспрамну страницу на два дела чије дужине износе 2 cm и 4 cm. Одреди висину паралелограма. (Два решења.)
- 114.** Покажи да је у паралелограму угао између висина, повучених из темена оштрог угла, једнак тупом углу паралелограма.
- 115.** Кроз дату тачку у унутрашњој области угла повуци праву тако да дата тачка буде средиште одсечка праве између кракова угла.
- 116.** Конструирај троугао ABC ако је дато: $AB = 3,5$ cm, $AC = 4$ cm и $AD = 3$ cm (AD – средња линија). Користи особине паралелограма при решавању овог задатка.
- 117.** Покажи да је тежишна дуж троугла мања од полузбира оних двеју страница које полазе из истог темена из којег и тежишна дуж.
- 118.** Ако се кроз пресек дијагонала паралелограма повуку две праве и тачке пресека тих правих се споје са страницама паралелограма, добијени четвороугао ће бити паралелограм. Покажи то.
- 119.** У четвороуглу $ABCD$ је $AB \parallel DC$, BD – дијагонала, $AB = CD$, $ED = BF$ (сл. 66). Покажи да се дуж EF и дијагонала BD полове у њиховој пресечној тачки.



Сл. 66

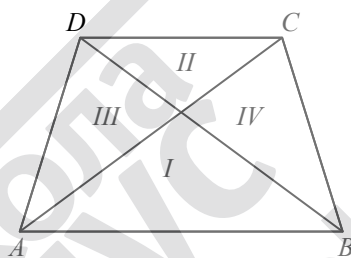


Сл. 67



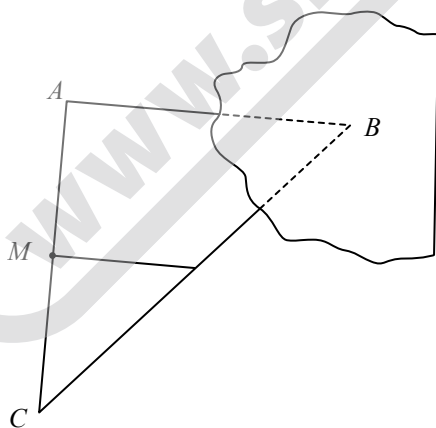
- 120.** У троуглу ABC је: $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 6$ cm. Кроз тачку D , узету на страници AB , повучене су праве паралелне његовим катетама. Израчунај обим добијеног четвороугла.
- 121.** У правоуглом троуглу ABC је: $\angle C = 90^\circ$ и $CD \perp AB$, из тачке D (сл. 67) повучене су дужи DE и DF нормалне на катете троугла. Покажи да су растојања између тачака C и D и тачака E и F једнака.
- 122.** Нацртај оштар угао AOB и у његовој унутрашњој области нацртај дату дуж EF тако да она додирује оба крака, и да је на једном од њих нормална.
- 123.** Конструирај троугао ако су познате две странице и висина повучена на једну од њих. Да ли постоји више решења?
- 124.** Конструирај паралелограм помоћу његове висине, чија је дужина 4 cm, странице дужине 5 cm и дијагонале дужине 6 cm.
- 125.** Конструирај троугао ако је позната страница дужине 6 cm, висина повучена на ту страницу дужине 4 cm и тежишна дуж дужине 7 cm повучена на ту страницу.
- 126.** Конструирај једнакокраки троугао ако је угао између кракова 120° , а крак 6 cm. Затим конструирај њему централно симетричан троугао у односу на средину његове основице. Колики је обим добијеног четвороугла? Колика је дужина мање дијагонале?
- 127.** Ако је обим ромба 8 cm а висина 1 cm, колики су углови тог ромба?
- 128.** Конструирај правоугаоник чије су странице $AB = 5$ cm и $AD = 4$ cm. Повуци дијагонале а затим конструирај над страницом AB једнакокраки троугао ABE . Какав је четвороугао $AEBO$ (O – пресек дијагонала)?
- 129.** Конструирај квадрат ако је дат пресек дијагонала и једно теме.
- 130.** Конструирај квадрат ако је дат збир странице и дијагонале.
- 131.** Конструирај правоугаоник ако је дата страница и збир дијагонале и друге странице.
- 132.** Конструирај троугао ако су дате све три тежишне дужи.
- 133.** Конструирај квадрат ако је дата разлика дијагонале и странице.
- 134.** Конструирај ромб ако је дат оштар угао и средишта двеју суседних страница (тачке M и N).

- 135.** Нацртај троугао и све три његове висине. Затим кроз његова темена нацртај праве паралелне наспрамним странама. Уочи паралелограме који су добијени и покажи да су *висине троугла симетрале* страница описаног троугла. Ето одговора. Зашто се све три висине троугла секу у једној тачки?*
- 136.** У сваком паралелограму дијагонале се полове. Обрнуто – ако се у четвороуглу дијагонале узајамно полове, четвороугао је паралелограм. Докажи.
- 137.** Праве, повучене кроз темена A , B и C троугла ABC паралелно наспрамним странама, образују троугао $A_1B_1C_1$ чија су средишта страница тачке A , B и C . Докажи.
- 138.** Докажи да у једнакокром трапезу дијагонале деле трапез на четири троугла од којих су два при основицама једнакокраки, а друга два при крацима подударни (сл. 68). Да ли је тачно обрнуто тврђење?



Сл. 68

- 139.** Објасни, како се помоћу особине средње линије троугла може одредити растојање између двеју тачака A и B , ако је једна од њих неприступачна (сл. 69). Како треба одабрати трећу тачку (тачка C)?

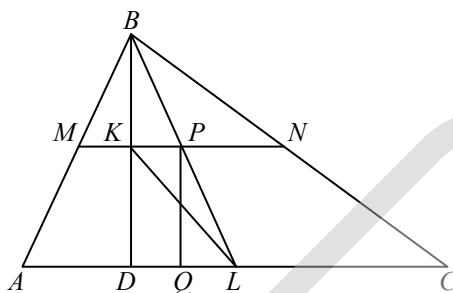


Сл. 69

* Карл Фридрих Гаус (1777–1855) велики немачки и свејски мајматичар, поред других великих дела из области мајматике и других наука, уочио је и ову теорему о троуглу.



140. Слика 70: BD – висина троугла ABC , $BK = KD$, $AL = LC$, $MN \parallel AC$. Докажи да је дуж PQ паралелна висини BD , и дели дуж KL на два једнака дела.



Сл. 70

141. У једнакокраком троуглу ABC висина основице $AB = 12$ cm, $CD = 8$ cm. Из средишта K и L кракова AC и BC спуштене су нормале KN и LM на основицу AB . Одреди врсту добијеног четвороугла $KLMN$ и његов обим.