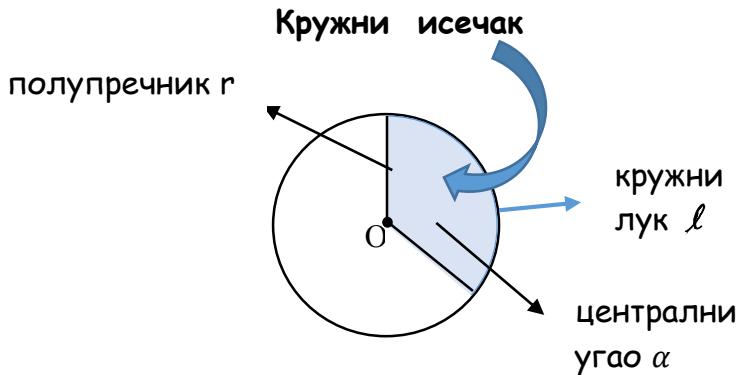


ДЕЛОВИ КРУГА (КРУЖНИ ИСЕЧАК И КРУЖНИ ПРСТЕН)

Делови круга и њихове површине

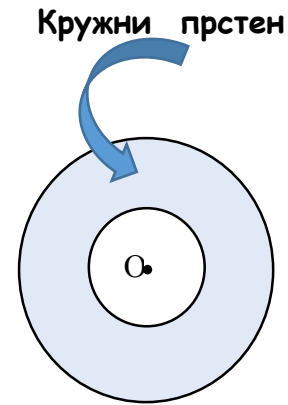


$$P_i = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \text{ а може и као}$$

$$P_i = \frac{r \cdot l}{2}$$

P_i - површина кружног исечка
Обим исечка је збир два полупречника и дужине лука тј.

$$O_i = 2r + l$$



r_1 - полупречник већег круга
 r_2 - полупречник мањег круга
Центар им је иста тачка - такви кругови зову се концентрични кругови

P_p - површина кружног прстена

O_p - обим кружног прстена

$P_p = r_1^2 \pi - r_2^2 \pi$ тј. површина већег круга „минус“ површина мањег круга

Обим прстена је збир обима већег и мањег круга (јер је обим дужина линије којом је фигура ограничена, а прстен је споља ограничен дужом а изнутра мањом кружницом)

$$O_p = 2r_1 \pi + 2r_2 \pi$$

Ове две фигуре се зову делови круга, а сад следе задаци .



Делови круга -задачи

- 1) Израчунај површину кружног исечка ако је полупречник 4 cm, а централни угао 45° .

Решење:

Овде имамо све податке и само убацимо у формулу :

$$P_i = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \quad P_i = \frac{4^2 \cdot \pi \cdot 45}{360}$$

$$P_i = \frac{16 \cdot \pi \cdot 45}{360} \quad P_i = \frac{16\pi}{8} \quad P_i = 2\pi \text{ cm}^2$$

- 2) Ако је површина кружног исечка $3\pi \text{ cm}^2$, полупречник 3 cm, колико износи одговарајући централни угао?

Решење:

У формулу убацимо познате податке : $P_i = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \Rightarrow 3\pi = \frac{3^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$

$$3\pi = \frac{9 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}, \text{ кад скратимо добијамо } 3\pi = \frac{\pi \cdot \alpha}{40} \Rightarrow \pi \cdot \alpha = 3\pi \cdot 40$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{3\pi \cdot 40}{\pi} \quad \alpha = 120^\circ$$

- 3) Израчунај полупречник круга коме одговара кружни исечак површине $12,56 \text{ cm}^2$ и кружни лук дужине 6,28 cm.

Решење :

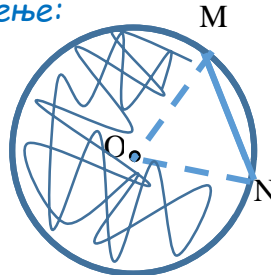
Овде користимо ону другу формулу за $P_i = \frac{r \cdot l}{2}$ па добијамо

$$12,56 = \frac{r \cdot 6,28}{2}, \text{ па имамо } r \cdot 6,28 = 12,56 \cdot 2 \Rightarrow r = \frac{12,56 \cdot 2}{6,28}$$

$$r = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

- 4) Тетива MN круга $K(O, 6 \text{ cm})$ једнака је 6 cm. Израчунај површину кружног исечка који одговара већем луку MN.

Решење:



Троугао ONM је једнакостранични јер

$MO = NO = r = 6 \text{ cm}$ и тетива $MN = 6 \text{ cm}$

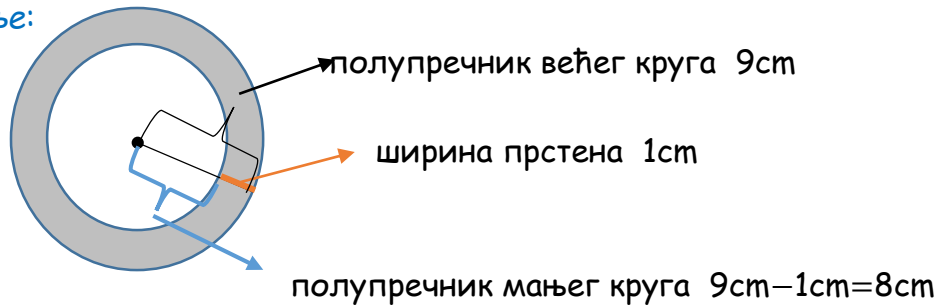
Угао тог троугла MON је 60° (сви су му по 60°), а централни угао који одговара већем луку MN је 300° .

Тај исечак је овај осенчени и његова површина је :

$$P_i = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \quad P_i = \frac{6^2 \cdot \pi \cdot 300}{360} = \frac{36 \cdot \pi \cdot 300}{360} = \frac{300\pi}{10} = 30\pi$$

- 5) Израчунај површину кружног прстена чија је ширина 1 cm, а полупречник већег круга је 9cm.

Решење:



$$P_p = r_1^2 \pi - r_2^2 \pi$$

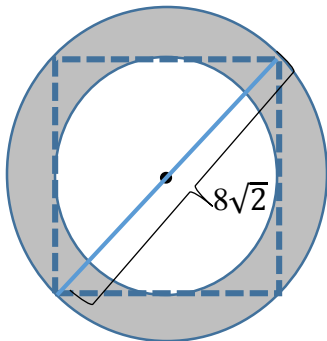
$$P_p = 9^2 \pi - 8^2 \pi$$

$$P_p = 81\pi - 64\pi$$

$$P_p = 17\pi \text{ cm}^2$$

- 6) Око квадрата је описан и у квадрат је уписан круг. Израчунај површину кружног прстена, ако је дијагонала квадрата $d = 8\sqrt{2}$ cm.

Решење:



Полупречник описаног круга је $r_o = \frac{d}{2}$, $r_o = 4\sqrt{2}$, па је површина описаног круга $P_o = (4\sqrt{2})^2 \pi$

$$P_o = 16 \cdot 2\pi$$

$$P_o = 32\pi \text{ cm}^2$$

Полупречник уписаног круга је $\frac{a}{2}$

$$d = a\sqrt{2} \quad a = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad a = \frac{d\sqrt{2}}{2} \quad a = \frac{8\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8$$

Површина уписаног круга је

$$P_u = 4^2 \pi \text{ cm}^2 = 16\pi \text{ cm}^2$$

Површина прстена је

$$P_p = P_o - P_u$$

$$P_p = 32\pi - 16\pi$$

$$P_p = 16\pi \text{ cm}^2$$

Надам се да је јасно и да није тако тешко.

